



A “LEITURA” DO SENTIDO DAS FRAÇÕES: manifestações de professores dos quintos e sextos anos em atividades desenvolvidas no Grupo da Segunda

THE “READING” OF THE MEANING OF FRACTIONS: manifestations of teachers
of the fifth and sixth Grades in activities developed in the Monday Group

Barbara Winiarski Diesel Novaes¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7763-7777>

Emerson Tortola²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6716-3635>

Rodolfo Eduardo Vertuan³

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0695-3086>

RESUMO

O presente artigo tem por objetivo discutir o sentido de fração manifestado pelo coletivo de professores denominado Grupo da Segunda, em dois cenários suscitados na própria formação. O primeiro cenário se refere às questões de fração presentes na Prova Paraná de quintos e sextos anos e segundo a um roteiro investigativo utilizando o ábaco de frações. No que tange ao ensino das frações, verificou-se que o sentido atribuído pelo coletivo de professores e que contribui para a constituição de uma “vulgata” são as interpretações parte-todo, operador e quociente. Valendo-se de novas dinâmicas, todavia, os professores “experenciaram” a compreensão do papel da ação do sujeito na apropriação de uma nova noção de fração, da importância do ato de perguntar enquanto ingrediente que produz novas interpretações, sempre atentos à cultura escolar e ao processo de profissionalização docente compartilhado e constituído no âmbito de um coletivo de professores.

Palavras-chave: Coletivo de professores. Sentido. Transição do quinto para o sexto ano. Frações. Avaliação de larga escala.

ABSTRACT

This paper aims to discuss the meaning of fraction manifested by the teacher’s collective called Monday Group, in two scenarios raised in their own training. The first scenario refers fraction questions that were part of Paraná’s Test of fifth and sixth Grades, while the second is related to an investigative script using the abacus of fractions. Regarding the teaching of fractions, it was found that the attributed meaning by the teacher’s collective that contributes to the constitution of a “vulgate” are the interpretations: part-whole, operator, and quotient. Using new dynamics, however, teachers “experienced” the comprehension of the role of the subject’s action in the

¹ Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Toledo, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Cristo Rei, 19, UTFPR, Vila Becker, Toledo, Paraná, Brasil, CEP: 85902-490. E-mail: barbaraw@utfpr.edu.br.

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Toledo, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Cristo Rei, 19, UTFPR, Vila Becker, Toledo, Paraná, Brasil, CEP: 85902-490. E-mail: emersonortola@utfpr.edu.br.

³ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Toledo, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Cristo Rei, 19, UTFPR, Vila Becker, Toledo, Paraná, Brasil, CEP: 85902-490. E-mail: rodolfovertuan@yahoo.com.br.

appropriation of a new notion of fraction, the importance of asking act as an ingredient that produces new interpretations, always attentive to school culture and to the shared teacher professionalization process and constituted within a collective of teachers.

Keywords: Collective of teachers. Meaning. Transition from fifth to sixth Grade. Fractions. Large scale assessment.

APONTAMENTOS INICIAIS

Já há alguns anos, pesquisas relacionadas à formação continuada de professores têm atentado para a fragilidade de um modelo de formação baseado em “cursos de reciclagem, treinamento ou capacitação de professores em novas técnicas e metodologias de ensino” (Fiorentini & Nacarato, 2005, p. 8) por, geralmente, desconsiderar os desafios e problemas do “chão da sala de aula”, bem como por ignorar o professor como produtor de saberes e investigador da própria prática

esses cursos de formação continuada promoviam, na verdade, uma prática de formação descontínua: descontínua em relação à formação inicial de professores; descontínua em relação ao saber experiencial dos professores, os quais não eram tomados como ponto de partida da formação continuada; descontínua, ainda, em relação aos reais problemas e desafios da prática escolar; e descontínua, sobretudo, porque eram ações pontuais e temporárias, tendo data marcada para começar e terminar (Fiorentini & Nacarato, 2005, p. 8).

Na contramão desse movimento, por volta dos anos 1990, surgiram novas perspectivas de formação continuada, alinhadas ao entendimento do professor reflexivo e investigador da própria prática (Pimenta, 2006). Trata-se de um modelo de formação que toma a prática docente cotidiana dos professores como ponto de partida e sobre ela lança reflexões e empreende um movimento de investigação, de tal modo que

os aportes teóricos produzidos pela pesquisa em Educação Matemática não são arbitrariamente oferecidos aos professores, mas buscados à medida que forem necessários e possam contribuir para a compreensão e a construção coletiva de alternativas de solução dos problemas da prática docente nas escolas (Fiorentini & Nacarato, 2005, p. 9).

André (2010, p. 177) alerta que é importante desenvolver pesquisas sobre “cursos de formação de professores”, pois pesquisas com foco somente no professor podem “vir a reforçar uma visão da mídia, com amplo apoio popular, de que o professor é o principal (talvez o único) responsável pelo sucesso/fracasso da educação”. Com o avanço nas pesquisas dessa temática nos anos 2000, o foco “passa a ser as concepções, representações, saberes e práticas do professor [nas quais] os pesquisadores buscam vincular as experiências de formação com as práticas do professor em sala de aula” (André, 2010, p.179, inserção nossa), pois mostra uma concepção de formação docente como um processo de desenvolvimento profissional contínuo desde a formação inicial.

Para que a formação continuada seja um espaço de aprofundamento e inovação de estudos locais (Gatti, 2014), “suprindo problemas que respondam às dificuldades específicas de cada professor e de cada escola por meio de projetos individuais e coletivos articulados com

universidades, grupos de pesquisa e projeto político-pedagógico das escolas” (Cericato, 2016, p. 286), entendemos que é necessário melhorar a formação inicial para que a formação continuada não sirva somente para “cobrir lacunas”.

Outro aspecto importante é que o contato contínuo com os professores da Educação Básica é de fundamental importância para que os formadores de formadores tomem “consciência do porquê e para que estão formando os estudantes, ter percepção do contexto formativo e do contexto de destino” (Gatti, 2014, p. 267).

Nessa perspectiva teórica o professor é “um sujeito de um fazer, é também sujeito de um pensar. Não é mero executor de técnicas ou tarefas impostas normativa e acriticamente” (Dias-da-Silva, 1997, p. 34) fora da escola. O saber docente, engendrado ao longo do tempo na cultura escolar⁴ (Julia, 2001), não necessariamente está coerente com as teorias pedagógicas dos campos disciplinares de referência. Dessa forma, nossa perspectiva é contribuir com a desconstrução de práticas equivocadas por meio da construção coletiva dos saberes profissionais do professor que ensina matemática e refletir sobre “por que a escola ensina o que ensina?” (Chervel, 1990, p. 190).

As ações oficiais do governo mudam muito pouco a ordem vigente da educação, por isso a mobilização de coletivos preocupados em aprofundar e inovar questões locais sobre a melhoria do ensino de matemática pode vir a ser mais efetiva do que ações de larga escala. Segundo Ubiratan D’Ambrosio (2016, p. 4),

não haverá reformas significativas se os professores não estiverem sensibilizados e ativados para a mudança, para tomarem iniciativas, mesmo que isso represente uma insubordinação. A insubordinação criativa⁵ é fundamental para inovações relevantes, mesmo que se saiba que em todo sistema complexo, como é a educação, as inovações implicam incertezas, acertos e erros.

É nesse viés que no ano de 2019 se constituiu o, carinhosamente denominado, Grupo da Segunda. Esse grupo, com reuniões periódicas a cada três semanas, na segunda-feira das 19h às 21h⁶, foi constituído por 4 professores-pesquisadores, 2 professoras em formação inicial e

⁴ A cultura escolar é entendida como “um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização)” (Julia, 2001, p. 10).

⁵ Ver D’Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E. (2015). (Coleção Insubordinação Criativa). Campinas: Mercado das Letras.

⁶ O Grupo da Segunda foi interrompido em março de 2020, devido à pandemia causada pelo vírus SARS-Cov-2. Em junho de 2021, todavia, o agora Grupo da Quarta, foi retomado, presencialmente, em parceria com a Secretaria de Educação do Município de Toledo (SMED-TD). Ampliado para dois grupos com reuniões quinzenais, conta com mais de 100 professores interessados pelo ensino de matemática nos anos iniciais, de diferentes escolas da cidade. No dia 30 de junho de 2021 retornamos às atividades presenciais de formação continuada com o coletivo de professores da SMED-TD e da UTFPR-TD. Nosso “Grupo da Segunda” se transformou em “Grupo da Quarta” dividido em dois grupos, um com professores dos 1º, 2º e 3º anos (62 participantes) e outro com professores dos 4º e 5º anos (45 participantes).

por 5 professoras de quintos e 2 de sextos anos⁷ de cinco escolas envolvidas em um projeto mais amplo, financiado pelo CNPq⁸, de título “Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes”. O referido grupo foi uma ação provocada, inclusive, como consequência das necessidades, reflexões e encaminhamentos do próprio projeto, coordenado, entre outros, pelos autores deste texto.

No Estado do Paraná, a transição entre o quinto e o sexto ano do Ensino Fundamental constitui-se momento peculiar da formação escolar dos alunos, uma vez que enquanto os anos iniciais do Ensino Fundamental são, geralmente, de responsabilidade municipal⁹, os anos finais são de responsabilidade estadual, o que implica, entre outros fatores, na mudança de escola e na substituição de um professor polivalente por vários professores especialistas, dentre outros aspectos.

Diante do anseio de discutir o processo de transição escolar do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental, construir ações em parceria para dirimir as dificuldades identificadas nesse processo de transição que tinha como cenário as escolas participantes do projeto, e com vistas a contribuir com o cotidiano escolar e com as preocupações dos próprios professores participantes da ação, no que dizia respeito ao ensino e à aprendizagem matemática de seus alunos, o Grupo da Segunda constituiu-se uma formação continuada que tinha como motivação inicial as demandas desses professores, ou como costumávamos dizer, o “chão da sala de aula”.

A primeira solicitação das professoras em formação foi que estudássemos questões da Prova Paraná, um instrumento de planejamento pedagógico para checar com maior precisão, segundo afirma o site da Secretaria da Educação e do Esporte do Estado do Paraná, os conhecimentos que não foram desenvolvidos pelos estudantes e em qual etapa do processo de aprendizagem se encontram (Paraná, 2020). Essa avaliação diagnóstica, cujas aplicações nos quintos e sextos anos geraram questionamentos sobre as práticas, conteúdo das provas e desempenho dos estudantes no âmbito das discussões do Grupo da Segunda, suscitou, também, um tema matemático de interesse comum dos membros do grupo: Frações.

⁷ Por acreditar que a formação continuada é uma via de mão dupla entre professores e estudantes universitários e professores da Educação Básica, ou seja, ambos aprendem na formação, é que no artigo iremos nos referir aos sujeitos como coletivo de professores.

⁸ Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Projeto aprovado na Chamada Universal 01-2016, com financiamento entre julho de 2018 e junho de 2021.

⁹ O processo de municipalização do Estado do Paraná antecede a implantação do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério (FUNDEF) em 1998, ou seja, “a transferência para a esfera da responsabilidade municipal da pré-escola, das séries iniciais do Ensino Fundamental regular e supletivo e da Educação Especial se efetivou, especialmente, a partir de 1990” (Santos, 2003, p. 263), mas a autora ressalta, contudo, que as primeiras iniciativas dessa transferência de oferta do ensino para os primeiros anos escolares aos municípios do Paraná datam da década de 1960.

A partir de uma questão sobre frações cujo índice de acerto de seus alunos na Prova Paraná, tanto dos quintos, quanto dos sextos anos, tinha sido baixo, o grupo agendou novos encontros em que pudessem problematizar o ensino e a aprendizagem do conteúdo, seus modos de pensar e fazer em sala de aula.

Nesse contexto é que se insere esta pesquisa. Ao lançar olhares sobre esses encontros do Grupo da Segunda em que os professores em formação e em exercício puderam repensar a matemática e seu ensino, especificamente de frações, procuramos neste artigo discutir o sentido das frações manifestado pelo coletivo de professores do Grupo da Segunda em dois cenários suscitados na própria formação, o das questões de fração presentes na Prova Paraná de quintos e sextos anos e o de um roteiro investigativo utilizando o ábaco de frações.

Para isso, neste texto, apresentamos inicialmente nosso arcabouço teórico sobre transição, frações e sentido de frações; discorreremos acerca dos encaminhamentos metodológicos de produção, coleta e análise de dados; bem como manifestamos nossas considerações e análises acerca da investigação empreendida.

1. SITUANDO A INVESTIGAÇÃO NO CONTEXTO DA TRANSIÇÃO

Um recuo histórico é indispensável para compreensão dos problemas atuais, em específico ao que tange à transição. O ensino obrigatório no Brasil, por um longo período, se restringiu aos quatro anos iniciais. De 1931 a 1969, os alunos que desejassem dar continuidade aos estudos eram submetidos a um exame de admissão ao ginásio (Neves, 2019). Com a publicação da Lei 5.692 em 1971 preconiza-se a obrigatoriedade da escolaridade de 7 a 14 anos com a criação da então Escola de Primeiro Grau composta de oito séries e extingue-se as denominações primário e ginásio. De fato, essa escola única, contínua, nunca se efetivou, seja pelas carreiras diferenciadas dos professores das séries iniciais e finais, seja pela cultura escolar do “primário” e do “secundário”, seja pelo tratamento dispensado aos alunos (Dias-da-Silva, 1997).

Dias-da-Silva (1997, p. 107, grifos da autora) sugere

[...] que provavelmente mais decisiva que a quantidade de professores ou a interdisciplinaridade ausente, o *saber docente* que norteia o cotidiano escolar dos professores ‘secundários’ parece aspecto mais decisivo que subjaz à ruptura 4^a/5^a série, ou primário/ginásio.

As diferenças de interação entre professores e alunos dos atuais quintos e sextos anos determinam condutas e atitudes. Dias-da-Silva (1997) utiliza as categorias de Biasoli-Alves

(1983) acerca do processo de socialização (na família e na escola) para compreender tal interação, são elas: comunicação, exigências, independência, afetividade e consistência, conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Comparativo das dimensões de interação professor-aluno nas quartas e quintas séries

Dimensão da interação (cf. Biasoli- Alves, 1983)	4ª série	5ª série
Comunicação	Alta	Baixa
Exigências	Flexibilidade no tempo Rigidez nas cobranças	Rigidez no tempo Flexibilidade nas cobranças
Independência	Baixa	Alta
Afetividade	Alta	Baixa
Consistência ¹⁰	Alta	Baixa

Fonte: Dias-da-Silva (1997, p. 112)

Os resultados dessa pesquisa podem subsidiar as estratégias previstas no Plano Municipal de Educação de Toledo:

Estratégia 3.7 Formalizar parceria entre Estado e Município na oferta de formação continuada aos profissionais do magistério que atuam com estudantes em *processo de transição do 5º para o 6º ano*, orientando e subsidiando teórica e metodologicamente o planejamento das práticas pedagógicas, com encaminhamento dos registros da vida escolar dos educandos (TOLEDO, 2015, p. 36, grifos nossos).

Estratégia 35.12 Articular reflexões sobre a prática metodológica com *docentes que atuam nos 5ºs e 6ºs anos do Ensino Fundamental*, e entre profissionais dos 9ºs anos e primeiros anos do Ensino Médio, para superação das demandas evidenciadas nestes anos, com relação à transição (TOLEDO, 2015, p. 122, grifos nossos).

Assim como Dias-da-Silva procuramos “pensar *com os professores* formas de superação da ruptura que poderiam reverter os alarmantes índices de fracasso escolar das 5^{as} séries” (1997, p. 129, grifos da autora), ou 6^{os} anos conforme denominação atual.

Ainda continua muito atual a frase com que Dias-da-Silva (1997) finaliza sua tese:

Estou convencida de que não basta pretender que o professor acredite que a criança deva construir e ser sujeito do conhecimento. Há que se considerar que (também) o professor precisa ser reconhecido como sujeito de seu fazer cotidiano. É preciso que o próprio professor tenha condições para que ele também construa seu conhecimento sobre seu próprio trabalho (Dias-da-Silva, 1997, p. 129).

Nesse contexto é que no Grupo da Segunda, negociando encaminhamentos de estudos e reflexões, o coletivo de professores decidiu por se dedicar às “Frações”, devido à importância atribuída por eles ao conteúdo e, de certo modo, ratificada pelas questões observadas na Prova Paraná, bem como à necessidade de se pensar seu ensino e sua aprendizagem.

¹⁰ Nas séries iniciais as regras e normas são estabelecidas por um único professor, o que não ocorre com os anos finais do Ensino Fundamental, o que gera um sentimento coletivo de insegurança. A consistência poderia ocorrer se as regras fossem democraticamente estabelecidas ou se tivesse uma coordenação pedagógica eficiente (Dias-da-Silva, 1997).

2. O SENTIDO DAS FRAÇÕES

Louis Marin no artigo “Ler um quadro - uma carta de Poussin em 1639” analisa a carta do pintor ao explicar a sua obra, *Maná*, ao cliente Chantelou. Poussin retrata um episódio do antigo testamento e suprime dois signos de identificação de Moisés, “os cornos e o bastão de comando de Moisés, retificando a tradição literal” (Marin, 2011, p. 138). Nesse contexto, “a ‘leitura do sentido’ só será dada àqueles que souberem ler *bem*, àqueles que não apenas conhecerem a narrativa do Êxodo” (Marin, 2011, p. 138), ou seja, os cristãos eruditos humanistas. Do mesmo modo, a leitura do sentido das frações demanda dos professores conhecerem *bem* as diferentes interpretações¹¹ das frações: parte-todo, quociente, operador, medida e razão (Lamon, 2020).

Chartier (2011, p. 20) afirma que “cada leitor, a partir de suas próprias referências, individuais ou sociais, históricas ou existenciais, dá um sentido mais ou menos singular, mais ou menos partilhado, aos textos de que se apropria”. Para Goulemot (2011, p. 107), ao se referir à “leitura como produção de sentidos” explica que ela pode ser entendida como “a prática de uma leitura cultural, lugar de produção de sentido, de compreensão e de gozo”. Nessa perspectiva, também os professores, em sua prática, acabam por mobilizar interpretações e atribuir sentido ao que ensinam.

Chartier (2011, p. 78) alerta que os textos impressos são portadores de sentido dado pelo autor, mas há desvios na efetivação nas práticas por meio “dos usos, dos manuseios, das formas de apropriação e de leitura dos materiais impressos”. Em específico no caso analisado, a legislação escolar, o livro didático e a Prova Paraná são exemplos de como isso interfere na atribuição de sentido às frações por parte dos professores no Grupo da Segunda, como se apropriam do que está posto fora da escola. As instruções, “dirigidas claramente ou impostas inconscientemente ao leitor, visam definir o que deve ser uma relação correta com o texto e impor um sentido” (Chartier, 2011, p. 96).

Contribui para a compreensão do sentido atribuído às frações o fenômeno da “vulgata” (Chervel, 1990) que é verificado em documentações tais como manuais e periódicos pedagógicos, de forma que em cada época,

¹¹ As diferentes interpretações, às quais nos referimos, advém do campo disciplinar da Matemática.

o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do *corpus* de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas (Chervel, 1990, p. 203, grifo do autor).

3. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa que apresentamos neste artigo tem como intenção identificar e discutir o sentido de fração atribuído por um coletivo de professores participantes de uma ação de formação continuada ao se colocarem em movimento de reflexão (e aprendizagem) acerca do modo como o tema *fração* tem figurado, ou poderia figurar, nas práticas de sala de aula.

Nesse contexto, lançamos olhares para os dados produzidos e coletados nos encontros da formação realizados, de três em três semanas, entre os meses de março e dezembro de 2019 (Quadro 2), momentos em que o tema matemático *fração* figurou foco das ações do grupo.

Quadro 2 – Cronograma de reuniões do “Grupo da Segunda”

Data	Discussões
18/03/2019	Apresentação e definição de temáticas de interesse
08/04/2019	Discussão de questões da primeira edição da Prova Paraná (03/2019)
29/04/2019	Discussão de questões da primeira edição da Prova Paraná (03/2019)
20/05/2019	Análise de desenhos produzidos por alunos de uma das professoras
03/06/2019	Planejamento de ações para auxiliar na transição
24/06/2019	Discussão de questões da segunda edição da Prova Paraná (06/2019)
08/07/2019	Discussão de questões da segunda edição da Prova Paraná (06/2019)
05/08/2019	Defesa de TCC de uma das professoras em formação inicial
26/08/2019	Elaboração de relatos de experiência para apresentação no evento municipal “I Diga professor”
16/09/2019	Roteiro investigativo com o Ábaco de Frações
07/10/2019	Roteiro investigativo com o Ábaco de Frações
04/11/2019	Organização da Gincana da Integração
25/11/2019	Realização da Gincana da Integração
09/12/2019	Socialização

Fonte: Dos autores

Com vistas a considerar as demandas e interesses dos professores, bem como as especificidades de seus locais de fala e atuação, de modo natural e compartilhado, alguns cenários de prática e reflexão sobre frações se desenharam no decorrer do referido período. Neste artigo, nos dedicamos a analisar as manifestações dos professores em dois desses cenários.

O primeiro deles se deu no momento que as professoras analisaram questões de *fração* presentes na Prova Paraná, tanto na perspectiva de quem procura compreender o conteúdo e as

Fonte: Dos autores

Nesse segundo cenário, um roteiro de investigação elaborado pelos pesquisadores, considerando as discussões já empreendidas pelo grupo em momentos anteriores – oficina de formação com professores em evento de extensão, Pibid¹², aulas da graduação na disciplina Laboratório de Ensino de Matemática, por exemplo –, foi utilizado em dois encontros da formação. O roteiro tinha como intenção provocar discussões entre os professores acerca do ábaco de frações e sua relação com o ensino e com a aprendizagem do conteúdo e suas interpretações. No Quadro 4, apresentamos o referido roteiro.

Quadro 4 – Roteiro de atividades com o ábaco de frações

Roteiro Investigativo com o uso do ábaco de frações		E se... Como?
Escolha colunas do ábaco de frações, diferentes da primeira que representa o inteiro, e realize discussões a partir do seguinte roteiro:	Quais as frações equivalentes que podem ser representadas pro meio do ábaco de frações?	Para fazer o serviço de pintura de sua casa, Bruno conseguiu terminar 1/2 da área total a ser pintada no primeiro dia e conseguiu finalizar 1/3 da área total no segundo dia. Para terminar o serviço no terceiro dia, qual a fração da área total que deverá pintar?
a) Qual fração representa cada parte em relação ao todo?	Como somar duas frações com o ábaco de frações? E como relacionar o passo a passo do algoritmo com esse material?	Em um copo cabe 1/6 de litro de água. Quantos desses copos são necessários para encher uma jarra onde cabem 2/3 de litro de água?
b) E se retirássemos uma ou mais partes de uma coluna do ábaco? Quais frações representariam as partes que sobraram?	Quantas vezes 1/6 cabem em 1/3? E quantas vezes 1/4 cabem em 1/8? E 1/10 em 1/4?	A advogada Acácia recebeu diversos processos para analisar. Nos dois primeiros dias, analisou, respectivamente, 1/6 e 3/4 do total. Restam ainda 10 processos para serem analisados. Qual era o total de processos, inicialmente?
c) Quais frações podem representar o todo, considerando as peças do ábaco de frações?	Débora utilizou 1/2 de 1/3 do quadro de escrever. Qual a fração relativa a essa parte do quadro utilizado por Débora?	
d) E se representássemos algumas frações com as peças do ábaco, como faríamos para determinar a metade dessas frações? E o dobro?	O que significa, de maneira concreta, a operação "multiplicar" no contexto das frações?	

Fonte: Dos autores

De modo geral, as questões do roteiro visavam levar os professores a trabalharem com as interpretações de fração “parte-todo” e “operador”, com ênfase em uma demanda apresentada pelo grupo: as operações aritméticas entre frações. É o caso da questão “*Como somar duas frações com o ábaco de frações? E como relacionar o passo a passo do algoritmo com esse material?*”, cujo objetivo era: i) possibilitar reflexões acerca da soma de frações por meio da visualização possibilitada pelas peças do ábaco, sem a necessidade de um algoritmo, mesmo no caso de frações com denominadores diferentes; e ii) provocar reflexões sobre como a utilização “desse jeito” de pensar a adição de frações, por meio das peças do ábaco, pode ser relacionado ao algoritmo que utiliza a ideia de frações equivalentes para viabilizar a soma.

¹² Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

Das discussões empreendidas pelo coletivo de professores do Grupo da Segunda nesses dois cenários, foram suscitados quatro agrupamentos de análise como resultados da presente investigação:

- ✓ o *status* da avaliação externa em relação ao que se legitima como importante ensinar de frações;
- ✓ entendimentos de fração suscitados nos dois cenários do Grupo da Segunda;
- ✓ o estranhamento inicial – ressignificando o ensino de frações a partir de um cenário investigativo;
- ✓ o vislumbre de novas possibilidades para o ensinar e o aprender – outras interpretações de frações.

Nas próximas seções do texto discutimos cada um desses agrupamentos a partir das manifestações dos professores no Grupo da Segunda e da fundamentação teórica pertinente.

3.1 O *STATUS* DA AVALIAÇÃO EXTERNA EM RELAÇÃO AO QUE SE LEGITIMA COMO IMPORTANTE ENSINAR DE FRAÇÕES

Assim que as primeiras reuniões do Grupo da Segunda começaram a ser realizadas, as professoras de quintos e sextos anos manifestaram interesse em discutir as resoluções de questões da Prova Paraná, cujo índice de acertos de seus alunos havia sido baixo. Algumas dessas questões eram de fração.

Todavia, o que nos chamou a atenção nesse contexto foi a importância atribuída pelo grupo à avaliação externa, primeiro por a considerarem um instrumento importante de avaliação e, segundo, por a tomarem como um instrumento a ser considerado na determinação do que ensinar em matemática e com que viés realizar isso, ou seja, como uma influência para o currículo e para os modos de fazer em sala de aula.

As avaliações de larga escala são aplicadas no Brasil desde a década de 1990 e vêm permitindo em nível federal, aos estados e municípios, o acúmulo de conhecimento na área para tomada de decisão (Gatti, 2013). Porém, os testes podem gerar problemas quando professores de escolas tradicionalmente com bons desempenhos passam a “treinar” os alunos para a prova, fazendo com que as matrizes de avaliação se tornem matrizes curriculares. A partir dos itens das provas os professores ensinam os alunos a respondê-los para melhorar os índices da escola, sem necessariamente se preocupar com a aprendizagem dos conteúdos.

Segundo Freitas (2014) devemos ter uma visão crítica sobre testes de larga escala.

Estariam eles definindo de antemão o que seria o essencial em relação aos conteúdos ensinados na escola? Outro aspecto a ser observado é quando a avaliação deixa de ser um instrumento de medição para se tornar um instrumento de culpabilização dos professores e escolas pelo resultado. Geralmente não se olha para a responsabilidade do Estado e se exige melhores desempenhos sem recursos. Além do mais, as notas mais altas não significam necessariamente melhor desempenho.

Nesse contexto, as questões de fração que figuravam na Prova Paraná trouxeram as interpretações de frações “parte-todo”, “operador” e “quociente”, como ilustra o Quadro 3. No caso da questão 13, por exemplo, na qual os estudantes precisavam assinalar a fração correspondente ao número decimal 3,8, as manifestações dos professores denotavam jeitos de pensar e fazer mais associados às regras do que à compreensão em si, como quando se diz: *“copia o número 38, conta a quantidade de algarismos após a vírgula, e acrescenta ao denominador tantos zeros quanto for essa quantidade de algarismos na frente do número 1”*. Nesse caso, $\frac{38}{10}$ seria a resposta por haver uma casa após a vírgula no número decimal dado inicialmente, 3,8.

O fato da regra funcionar bem, associado à falta de fundamentação matemática sobre frações por parte dos professores, de modo geral, tem contribuído para a manutenção de um ensino que privilegia o algoritmo e o passo a passo, em detrimento às discussões dos porquês, da lógica de funcionamento dos algoritmos, bem como da utilização de diferentes encaminhamentos e justificativas para a resolução que poderiam ser suscitados pelos alunos em um ambiente investigativo. Nesse ambiente investigativo, a regra surge como uma consequência das ações dos estudantes ao desenvolverem as atividades, possibilitada pela compreensão do conceito e do algoritmo, e não como uma imposição desprovida de significado.

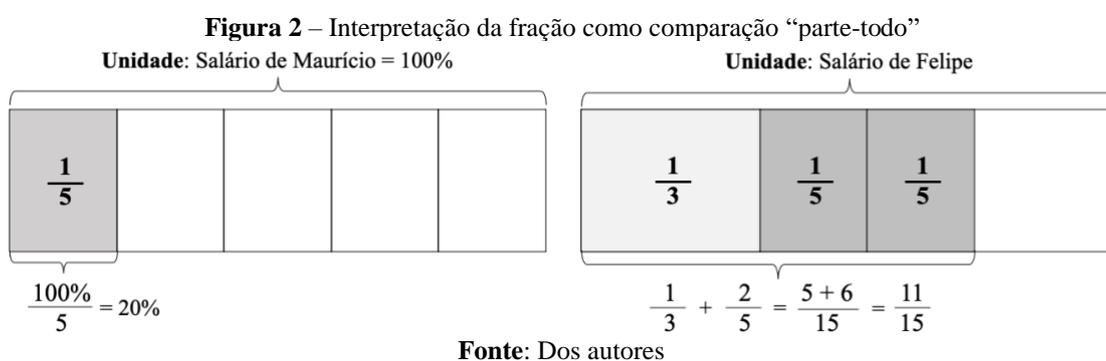
3.2 ENTENDIMENTOS DE FRAÇÃO SUSCITADOS NOS DOIS CENÁRIOS DO GRUPO DA SEGUNDA

Foram três os entendimentos de fração manifestados pelo coletivo de professores do Grupo da Segunda, a partir das interpretações provenientes do campo disciplinar: “parte-todo”, “operador” e “quociente”.

De acordo com Lamon (2020), fração como uma comparação “parte-todo” designa um número de partes em relação a um número total de partes iguais que uma unidade foi dividida. E, nesse contexto, “iguais” significa o mesmo em termos de número, quantidade, comprimento,

área etc. conforme natureza da unidade inteira. Dessa forma, o símbolo $\frac{a}{b}$ significa a partes de uma unidade dividida em b partes iguais.

No caso das questões 24 e 36 da Prova Paraná (Figura 1), o todo ou unidade refere-se aos salários de Maurício e Felipe, respectivamente. Em ambos os casos os alunos podem optar por dividir o salário na quantidade de partes indicada pelos denominadores e comparar com as partes indicadas pelos numeradores. A tradicional estratégia de desenhar uma forma geométrica e dividi-la em formas menores e congruentes é característica dessa maneira de interpretar a situação, conforme ilustra a Figura 2.



À esquerda, $\frac{1}{5}$ do salário de Maurício é obtido dividindo-o em 5 partes iguais, nesse caso, quantias, desconhecidas, pois o valor do salário não foi informado. Como, nesse contexto, o salário de Maurício é a unidade, ele também pode ser interpretado como 100%, cuja porcentagem ao ser dividida em 5 partes, conforme indica a Figura 2, resulta em 20%. À direita, identificamos a comparação “parte-todo” a partir de uma necessidade de interpretar a situação, ou seja, para indicar que $\frac{1}{3}$ do salário pode ser entendido como sendo 1 parte do salário dividido em 3 quantias iguais, assim como a fração $\frac{2}{5}$ do salário pode ser entendida como 2 partes do salário dividido em 5 quantias iguais. Como podemos observar, da mesma forma que na primeira situação, o salário de Felipe não foi indicado, porém o que se deseja nessa questão é a soma das duas frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$. Entretanto, a forma como o aluno interpreta a situação pode revelar a comparação “parte-todo”.

Essa interpretação também se fez presente no uso do ábaco de frações, principalmente ao responderem as questões “a) Qual fração representa cada parte em relação ao todo?”, “b) E se retirássemos uma ou mais partes de uma coluna do ábaco? Quais frações representariam as partes que sobraram?” e “c) Quais frações podem representar o todo, considerando as peças do ábaco de frações?” propostas no roteiro investigativo (Quadro 4). Nessas três questões foi

necessária a comparação de um número de partes em relação ao todo correspondente, indicado em cada coluna do ábaco. A Figura 3 exemplifica a manipulação do ábaco pelos professores para responder a essas questões.

Figura 3 – Comparação “parte-todo” no ábaco de frações



Fonte: Dos autores.

No item a) os professores selecionaram para cada coluna uma parte e a compararam com a quantidade de partes que compunham a unidade, no caso a coluna correspondente, por exemplo, $\frac{1}{1}$ (inteiro), $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, e assim sucessivamente; no item b) os professores tiveram que retirar uma ou mais partes de cada coluna, contar as partes restantes e comparar essa quantidade com o total de partes que compunham a coluna correspondente, por exemplo, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{12}$; já no item c) os professores precisaram indicar para cada coluna qual fração representa a unidade, para isso contaram apenas o número de partes de cada coluna, já que precisavam representar o todo, por exemplo: $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, e assim por diante.

Como “operador”, a fração desempenha, conforme Lamon (2020), o papel de uma função, a qual age mapeando um conjunto ou região em outro conjunto ou região. Esse mapeamento tem a ver com encolher e alargar, contrair e expandir, aumentar e reduzir, ou multiplicar e dividir. Dessa forma, como “operador” a fração pode alargar ou encurtar um segmento de reta; aumentar ou diminuir o número de itens de um conjunto de objetos discretos; ampliar ou reduzir figuras geométricas planas, tais como triângulos ou retângulos, resultando em figuras geométricas semelhantes.

Funciona, portanto, como um conjunto de instruções para realizar um processo. Nesse sentido, o símbolo $\frac{a}{b}$ pode ser interpretado como um “operador” que instrui multiplicar uma unidade (quantidade, comprimento, área), por a e dividir o resultado por b . É importante frisar que “as operações de multiplicação e divisão podem ser vistas como operações individuais ou, quando uma é realizada sobre o resultado da outra, podem ser consideradas como uma única operação” (LAMON, 2020, p. 201).

Essa interpretação pode se manifestar, conforme discussões dos professores, também nas questões 24 e 36. Ou seja, ao invés de entender as frações dos salários como uma comparação “parte-todo”, os alunos podem interpretá-las como um “conjunto de instruções”, conforme Lamon (2020), para identificar o percentual correspondente ou para reduzir (ou aumentar) o salário à parte indicada. Nesse caso, $\frac{1}{5}$, na questão 24, indica que é preciso dividir o salário por 5 (e multiplicar por 1), assim como 100% – o que lhes permitem encontrar a resposta. Já na questão 36, $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$ indicam, respectivamente, que é preciso dividir o salário por 3 (e multiplicar por 1); e dividir o salário por 5 e multiplicar por 2. Nesse último caso, a interpretação da fração como “operador” pode ser mais complexa no sentido de que não há uma indicação ou correspondência com o valor do salário.

No ábaco de frações, a interpretação da fração como “operador” foi requerida na questão “d) E se representássemos algumas frações com as peças do ábaco, como faríamos para determinar a metade dessas frações? E o dobro?”. Nesse caso há duas instruções: determinar a metade e determinar o dobro. A instrução determinar o dobro foi atendida com mais agilidade, em linhas gerais a justificativa foi duplicar o número de partes. Já determinar a metade suscitou algumas dúvidas, pois em alguns casos o número de partes selecionado era ímpar, então não dava apenas para dividir em dois grupos e considerar um. O uso de frações equivalentes foi necessário (ver figura 4).

Figura 4 – Fração como operador no ábaco



Fonte: Dos autores

Na figura, à esquerda, temos um exemplo de que o dobro de $\frac{3}{4}$ é encontrado duplicando seu tamanho (ou quantidade de partes), ou seja, adicionando mais $\frac{3}{4}$; e que a metade de $\frac{3}{4}$, à direita, é encontrada substituindo a fração por uma equivalente, cujas partes são menores e possui um numerador par, uma fração equivalente que pode ser utilizada é a fração $\frac{6}{8}$, por exemplo, cuja metade é facilmente encontrada dividindo as partes em 2.

Já como “quociente”, segundo Lamon (2020), a fração indica o resultado de uma divisão. Logo o símbolo $\frac{a}{b}$ pode ser interpretado como quociente da divisão de a (dividendo)

por b (divisor). Essa interpretação foi identificada apenas na questão 13, na segunda edição da Prova Paraná (Quadro 3), a qual apresenta o número 3,8 e questiona qual é a representação fracionária desse número. Conforme orientações do gabarito da Prova, a ideia é que o aluno saiba identificar que a divisão de um número por 10 acarrete o posicionamento da vírgula de modo que fique apenas uma casa decimal à direita dela.

As três interpretações de fração identificadas nos dois cenários do Grupo da Segunda corroboram com pesquisas que sinalizam que o ensino de fração tem focado em apenas algumas interpretações: “operador” e, sobretudo, na comparação “parte-todo”, como indicam Magina e Campos (2008), Lamon (2020), Graça et al. (2021), Balallanos e Romero (2021) e Scheffer e Powell (2021).

Magina e Campos (2008), por exemplo, desenvolveram uma pesquisa diagnóstica aplicada paralelamente a 70 professores polivalentes e a 131 alunos que cursavam 3^a e 4^a séries¹³ do Ensino Fundamental com o intuito de investigar a fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. As autoras concluíram que apesar dos professores conseguirem identificar e explicar os erros cometidos pelos alunos, eles

apresentaram estratégias de ensino muito limitadas, não favorecendo os alunos a superar suas dificuldades. Tais estratégias limitam-se praticamente à indicação do uso do desenho ou material concreto visando facilitar comparações perceptivas em detrimento do ensino de ordem e equivalência, invariantes operatórios necessários para a compreensão do conceito em referência. Além disso, parece não haver uma clareza desses professores sobre os diferentes significados da fração, o que os leva a propor situações que se restringem quanto à percepção e ao significado parte-todo (Magina & Campos, 2008, p. 38).

Recentemente, em um estudo sobre o conhecimento do significado das frações realizado com alunos do quinto ano de uma escola pública de Portugal, Graça et al. (2021) analisaram os resultados antes e após uma experiência de ensino que segue uma abordagem exploratória com ênfase na resolução de problemas. Os resultados apontaram para um conhecimento limitado das crianças sobre o significado das frações demonstrando somente algumas ideias associadas à relação “parte-todo” e a “operador” (nível procedimental) antes da experiência de ensino. Após a experiência, os alunos mostraram algum entendimento, embora a interpretação da fração como “medida” tenha se constituído, ainda, um desafio para os alunos participantes.

Na Espanha, Balallanos e Romero (2021) ao caracterizarem os principais obstáculos no uso das frações com sua interpretação como medida, alertam para o prejuízo ao aluno ao priorizar certas interpretações das frações (parte-todo, quociente, razão e operador) em detrimento de outros. No currículo espanhol de matemática da Educação Básica (crianças de 8-

¹³ Pesquisa anterior à mudança de nomenclatura para quartos e quintos anos, respectivamente.

14 anos) não consta a interpretação da fração como “medida” explicitamente, somente são mencionadas as interpretações “parte-todo” e “operador”. Os pesquisadores concluíram que todos as interpretações contribuem para a compreensão das frações e que ela depende em última instância das diferentes experiências e usos variados que os estudantes têm de tais significados.

Não obstante, Scheffer e Powell (2021), ao analisarem 56 teses, dissertações e artigos publicados no Brasil de 2013 a 2019, cuja temática são as frações na Educação Básica, observaram que o ensino de fração atende “principalmente à interpretação do significado parte-todo e dos operadores de frações” (Scheffer & Powell, 2021, p. 18). Os trabalhos analisados abordam “reflexões práticas e teóricas sobre processos cognitivos, interpretações semânticas e abordagens pedagógicas com diferentes materiais manipulativos e digitais relacionados ao conhecimento da fração” e “oferecem propostas instrucionais que enfatizam as interpretações de parte-todo, de medida e de magnitude¹⁴ para frações” (Scheffer & Powell, 2021, p. 1).

Como podemos observar, nem todas as interpretações de fração advindas do campo disciplinar são conhecidas pelos professores e, indiretamente, por seus alunos, pois não foram mobilizadas ou não fazem parte de suas práticas. Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017) são citadas as interpretações “parte-todo” e “quociente” e no currículo da Associação dos Municípios do Oeste Paranaense - AMOP (2019), do qual o município de Toledo faz parte, a que está mais explícita é a interpretação “parte-todo”. Há referências à utilização da reta numérica como suporte à compreensão das frações, mas não há menção à interpretação de frações como “medida”.

De acordo com Lamon (2020), é comum após a abordagem da interpretação “parte-todo” os professores partirem para a explicação dos algoritmos, introduzindo as operações simbólicas, como se fração fosse sinônimo de fração “parte-todo” e como se abordar apenas essa interpretação fosse suficiente para que os alunos aprendessem fração. Segundo a autora, essa atitude é até compreensível, já que essa interpretação é, geralmente, a única abordada nas formações, no currículo, em materiais didáticos, como sinalizam as pesquisas anteriormente citadas. O problema de restringir o ensino de fração a uma única interpretação é que os alunos podem ficar com uma “noção empobrecida dos números racionais” (Lamon, 2020, p. 33).

Isso significa que a compreensão do aluno de uma estrutura muito complexa (o sistema de números racional) está oscilando em uma base pequena e instável. A instrução não forneceu

¹⁴ Em um número bem menor de trabalhos se comparado à parte-todo, os estudos que envolvem as interpretações de fração como medida e magnitude são em grande medida do Professor Arthur Belfort Powell e que tem trazido avanços em relação a interpretação das frações como medida e magnitude.

acesso suficiente a outras maneiras de interpretar a/b : como uma medida, como um operador, como um quociente, e como uma razão ou uma taxa (Lamon, 2020, p. 32).

As comparações “parte-todo”, segundo Lamon (2020, p. 33), “estão em pé de igualdade com as outras interpretações e não merecem mais a distinção de serem sinônimo de frações”. Nesse contexto, o intuito do Grupo da Segunda foi provocar situações de desequilíbrio, desconstrução e reconstrução de algumas ideias e estruturas já sedimentadas.

3.3 O ESTRANHAMENTO INICIAL - RESSIGNIFICANDO O ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DE UM CENÁRIO INVESTIGATIVO

“Atividades visuais são úteis para construir significado para operações de fração”
(Lamon, 2020, p. 140).

É possível ensinar diferente? É possível mostrar, de modo concreto, como as operações com frações acontecem? Que tipo de material manipulável poderia ser utilizado para trabalhar com as operações aritméticas entre frações? Longe de querer indicar respostas ou mesmo discutir essas questões no presente artigo, foram elas que, também manifestadas pelas professoras dos quintos e sextos anos, suscitaram a elaboração do roteiro de atividades com o ábaco de frações que apresentamos no Quadro 4.

Esse roteiro, para além das questões propostas, funcionou como disparador de diferentes e importantes discussões acerca do conceito de frações e seu sentido. O ábaco de frações, por sua vez, foi utilizado por ser um material que desde a primeira reunião do grupo chamou a atenção dos professores, já que ficava exposto no Laboratório de Ensino de Matemática, onde eram realizadas as reuniões.

Esse ábaco apresenta nove colunas com peças de diferentes tamanhos e cores. Na primeira coluna, fica uma peça retangular que representa o inteiro. Na segunda coluna, duas peças de mesma cor que representam, cada uma, $\frac{1}{2}$ do inteiro. Na terceira, 3 peças que representam, cada uma, $\frac{1}{3}$ do inteiro e assim sucessivamente, com as frações, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$ e $\frac{1}{13}$.

Com o material é possível visualizar a equivalência entre frações, como na Figura 5 em que é possível verificar a equivalência entre as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ e $\frac{6}{12}$.

Figura 5 – Exemplo de equivalência entre frações



Fonte: dos autores

Todavia, algumas atividades causaram mais estranhamento entre os docentes do que outras, como mostrar no material “quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabem em $\frac{1}{3}$?” e relacionar isso à divisão entre duas frações $(\frac{1}{3} : \frac{1}{6})$, ou mesmo “como somar as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ sem recorrer necessariamente a uma representação auxiliar (no caso, frações equivalentes às primeiras, mas com denominadores comuns)” e relacionar isso ao passo a passo da soma de duas frações com denominadores diferentes numericamente.

Interessante destacar que em ambientes de investigação como os provocados por essas atividades desenvolvidas no Grupo da Segunda, as discussões sobre uma questão não são encerradas com a obtenção de uma resposta, mas inauguram um movimento de “e se...” e de “como” que, consideramos, deveria ser natural nos contextos escolares. No caso da atividade - “quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabem em $\frac{1}{3}$?” -, as seguintes interrogações são exemplos de reflexões empreendidas pelos professores: “e se fosse o contrário, quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabem em $\frac{1}{6}$?”, “e se utilizássemos frações diferentes, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{4}$ por exemplo, como proceder com o material manipulável? É possível?”, “como levar os alunos a construírem a regra que hoje dizemos sobre divisão entre duas frações, usando esse material?” e/ou “e se os estudantes confundirem duas peças cujas medidas são muito parecidas, como proceder? É possível comparar diferentes frações com este material?”

Do mesmo modo, discutir acerca de como somar as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ sem recorrer necessariamente a uma representação auxiliar, como $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{6}$ respectivamente, inaugurou um importante momento de discussões acerca do que se sabe sobre frações e de como realizar operações com elas.

Algumas professoras manifestaram ensinar frações por meio de um procedimento ainda bastante usual entre elas, o método do MMC (Mínimo Múltiplo Comum). Muitas reconheceram iniciar o processo de adição de frações com denominadores diferentes já utilizando o respectivo método. Outras, por sua vez, manifestaram utilizar o procedimento de encontrar frações equivalentes às frações dadas, mas com denominadores comuns entre si, para realizar a adição. Compartilhamento de experiências e saberes que pareceram influenciar modos de pensar o

ensino e a aprendizagem de frações.

Todavia, a possibilidade de utilizar um material manipulável para introduzir o assunto, de modo lúdico, inclusive, sem que o algoritmo precisasse ser ensinado à priori, soou como possibilidade interessante entre os professores do Grupo da Segunda. Na figura 6, apresentamos o registro do ábaco quando as professoras pensavam a questão.

Figura 6 – Adição de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$



Fonte: Dos autores

Na figura 6, a peça em vermelho representa $\frac{1}{3}$ e a peça em verde representa $\frac{1}{2}$ do inteiro (peça azul claro). Ao somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$, o grupo de professores encontrou, por experimentação, os valores que equivaliam visivelmente à soma, ou seja, $\frac{5}{6}$ (peças amarelas) e $\frac{10}{12}$ (peças azuis escuras). Na ocasião, atentando-se para o uso do material junto aos estudantes da Educação Básica, os professores destacaram a importância de o material não confundir os alunos, como pode acontecer com o manuseio equivocado do conjunto das peças laranjas e roxas, por exemplo, que podem parecer equivalentes às peças azuis escuras. Nessa situação, todavia, escancarar a possibilidade de confusão para os estudantes e sobre essa possibilidade lançar reflexões, pode ser um modo investigativo de proceder: “ $\frac{8}{10}$, $\frac{10}{12}$ e $\frac{11}{13}$ são números cujas medidas que podem representar diferem muito? Quanto? Qual a representação decimal de cada uma dessas frações?”.

Esse agrupamento (o estranhamento inicial - resignificando o ensino de frações a partir de um cenário investigativo) foi suscitado frente às manifestações dos professores, em um primeiro momento, de modo desconfiado, como se as discussões que estavam empreendendo não fossem adequadas para serem realizadas com seus estudantes. Embora reconheçamos que mesmo uma formação continuada como o Grupo da Segunda não mude práticas e modos de

fazer há muito enraizados, o que se desenhou no decorrer das reuniões do grupo foi o vislumbre de novas possibilidades para o ensinar e o aprender e, talvez, o encorajamento por parte de alguns professores para empreender novas práticas.

3.4 O VISLUMBRE DE NOVAS POSSIBILIDADES PARA O ENSINAR E O APRENDER – OUTRAS INTERPRETAÇÕES DE FRAÇÕES

As discussões promovidas a partir do cenário investigativo com o ábaco de frações, proporcionou aos integrantes do Grupo da Segunda reflexões que vão além das operações, plantou várias dúvidas em relação às formas de interpretação de “ $\frac{a}{b}$ ”.

Existem muitos significados diferentes que acabam se parecendo quando são escritos na forma de fração. Quando usamos algoritmos para adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir frações, elas são desprovidas de significado físico e contexto. No entanto, se desejamos ensinar de forma que as operações surjam naturalmente de um entendimento muito profundo e construir um sentido de fração, precisamos estar cientes de uma ampla gama de fenômenos que são as fontes de significado subjacentes a esses símbolos de fração (LAMON, 2020, p. 32).

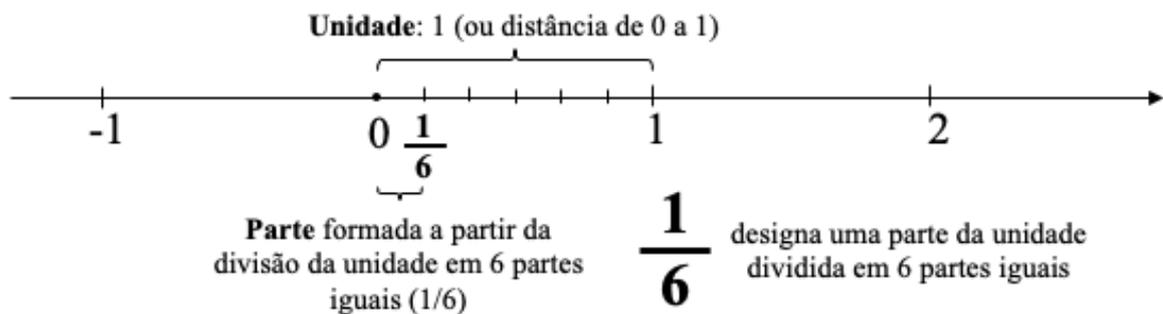
Além das três interpretações manifestadas pelo coletivo de professores do Grupo da Segunda: parte-todo, operador e quociente, há ainda outras duas interpretações citadas por Lamon (2020) que são indicadas pelas pesquisas de Graça et al. (2021), Balallanos e Romero (2021) e Scheffer e Powell (2021) para o ensino de fração: medida e razão.

De acordo com Lamon (2020, p. 221), sob a interpretação de “medida”

uma fração é geralmente a medida atribuída a algum intervalo ou região, dependendo se estamos usando um modelo unidimensional ou bidimensional. Em um espaço unidimensional, uma fração mede a distância de um certo ponto na reta numérica a partir do zero. A unidade é sempre um intervalo de comprimento 1 se você estiver trabalhando em uma reta numérica. Em um espaço bidimensional, uma fração mede uma área. Quando um intervalo de comprimento 1, por exemplo, é particionado até que haja b subintervalos iguais, então cada um dos subintervalos tem comprimento $1/b$. Nesse caso, a interpretação da medida da fração a/b significa intervalos de comprimento $1/b$.

Se pensarmos em termos de número, a fração $\frac{1}{6}$ pode ser identificada na reta numérica no primeiro traço resultante da divisão da distância de 0 a 1 (unidade) em seis partes iguais (Figura 7).

Figura 7 – Fração como medida



Fonte: Dos autores

Já como “razão”¹⁵, a fração indica “uma comparação de duas quantidades quaisquer [...], pode ser usada para transmitir uma ideia que não pode ser expressa como um único número” (Lamon, 2020, 237). Vejamos um exemplo inspirado no citado pela autora: Os festivais de duas cidades, A e B, atraíram visitantes de todas as áreas circundantes. Na cidade A foi observada uma razão de 4.000 carros para 8 quilômetros quadrados. Na cidade B foi observada uma razão de 3.000 carros para 5 quilômetros quadrados. O que o exemplo nos mostra? Por que essa comparação de carros por quilômetro quadrado? Diferentemente de dizer qual festival atraiu mais veículos, essa comparação nos mostra qual cidade ficou mais congestionada, como foi dirigir ou encontrar estacionamento nessas cidades durante os festivais. As razões $\frac{4000}{8}$ e $\frac{3000}{5}$ indicam, respectivamente, que na cidade A havia 500 carros para cada quilômetro quadrado e que na cidade B havia 600 carros para cada quilômetro quadrado, ou seja, embora a cidade A tenha recebido mais carros, foi a cidade B que teve seu trânsito mais intenso.

Outro exemplo citado por Lamon (2020, p. 247) é a sugestão de uma pizzaria para seus clientes estimarem quantas pizzas pedir: “Peça 2 pizzas médias para 5 pessoas”. A razão $\frac{2}{5}$ pode ser interpretada como uma “taxa”, uma extensão da ideia de “razão”, pois ela “não se aplica apenas à situação em questão, mas a toda uma gama de situações em que duas quantidades estão relacionadas da mesma maneira” (Lamon, 2020, p. 247), ou seja, a regra da pizzaria permite aos clientes pedirem 4 pizzas para 10 pessoas, 6 pizzas para 15 pessoas, e assim por diante.

O vislumbre de novas possibilidades de interpretações para as frações atingiu todo o coletivo de professores, seja da Educação Básica, seja do Ensino Superior, dando acento a interpretações das frações que não tem destaque nos documentos oficiais, livros didáticos e práticas, mas que contribuem para a aprendizagem das frações, um novo sentido para as frações.

¹⁵ Vale a pena esclarecer que diferentemente das outras interpretações a fração é apenas uma forma de escrever uma razão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sinalizamos inicialmente que o saber docente não está necessariamente alinhado às teorias pedagógicas dos campos disciplinares de referência, sendo necessário desconstruir práticas equivocadas por meio da construção coletiva dos saberes profissionais do professor que ensina matemática e refletir sobre “Por que ensinamos da forma que ensinamos?” (Chervel, 1990). Adaptando a interrogação de Chervel (1990) ao nosso contexto de investigação, vale a pena refletir por que ensinamos frações da forma que ensinamos?

Na contramão de uma compreensão madura dos números racionais, a matriz de avaliação de larga escala dita ou orienta as práticas e interesses dos professores tornando-se matrizes curriculares. O estudo comprovou a necessidade dos professores dos quintos e sextos anos quando a Prova Paraná legitimou o que consideravam importante ensinar sobre frações.

O Grupo da Segunda permitiu ao coletivo de professores aprofundar a compreensão sobre as frações e vislumbrar nossas possibilidades de encaminhamento, rumo a uma desconstrução coletiva de práticas cristalizadas ao longo do tempo.

No que tange ao ensino das frações, nos parece que o sentido atribuído ao coletivo de professores e que contribui para a constituição de uma “vulgata” são as interpretações parte-todo, operador e quociente. Todavia, essa mobilização de interpretações e essa atribuição de sentido, refletem, em alguma medida, um coletivo de pensamento em um determinado tempo histórico.

Nota-se, nos cenários apresentados no texto, Prova Paraná e Ábaco de Frações, uma certa diferença de princípios didáticos. Na Prova Paraná, as atividades analisadas parecem assentadas numa didática que leva à valorização da memorização. Ao contrário, a atividade investigativa com o ábaco de frações busca desconstruir o sentido anterior que perpassa representações de um tempo histórico que ainda permanece. Ao deparar-se com a imagem de um todo repartido, de forma bem diferente daquela estática, geralmente de “pizza”, que induz o aluno a imprimir, passivamente, em sua memória, uma cópia do que vê, a sequência proposta propicia um passo a frente do nível anterior, instigando a uma apropriação da noção, alinhando forma e escrita. As questões endereçadas aos professores possibilitaram avançar na compreensão de fração.

A pesquisa sugere, ainda, que coletivos de professores, como o Grupo da Segunda, ao estarem atentos à cultura escolar, compartilhando e construindo saberes, contribuem para o processo de profissionalização docente.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil (CNPq).

Agradecemos à professora Neuza Bertoni Pinto pela leitura atenta e carinhosa e pelas importantes contribuições para o texto.

REFERÊNCIAS

- Almeida, A. R., & Ribeiro, M. (2021). Conhecimento especializado do professor no âmbito das frações: uma discussão sobre a importância da unidade. In T. P. Biani, C. A. C. Longo & S. Lorenzato (Org.). *Constituindo aprendizagens e saberes em contextos formativos para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática* (pp. 47-73). Campinas: Editora FE - Unicamp.
- André, M. (2010). Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. *Educação*, Porto Alegre, 33(3), 174-181. Recuperado de: revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/8075
- Associação dos Municípios do Oeste do Paraná. (2019). *Currículo básico para a escola pública municipal: Educação Infantil e Ensino Fundamental - anos iniciais*. Cascavel: AMOP.
- Batallanos, V. A. Q., & Romero, J. G. (2021). Obstáculos en la Comprensión de la Fracción como Medida: Una Mirada Hermenéutica. *Revista de História da Educação Matemática*, 7, 1-17. Recuperado de <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/417>
- Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.
- Cericato, I. L. (2016). A profissão docente em análise no Brasil: uma revisão bibliográfica. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, 97(246), 273-289. <http://dx.doi.org/10.1590/S2176-6681/373714647>
- Chartier, R. (2011). Prefácio. In R. Chartier (Org.). *Práticas de leitura* (5 ed., pp. 19-22). São Paulo: Estação Liberdade.
- Chartier, R. (2011). Do livro à leitura. In R. Chartier (Org.). *Práticas de leitura* (5 ed., pp. 77-105). São Paulo: Estação Liberdade.
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177-229.
- D'Ambrosio, U. (2016, julho). A Educação Matemática hoje: por que e como? In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-5). São Paulo, SP: Sociedade

- Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8490_4451_ID.pdf
- Dias-da-Silva, M. H. G. F. (1997). *Passagem sem rito: As 5^{as} séries e seus professores*. Campinas: Papirus.
- Fiorentini, D., & Nacarato, A. M. (2005). Introdução. In D. Fiorentini & A. M. Nacarato (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática*. São Paulo: Musa Editora.
- Freitas, L. C. (2014). Os Reformadores Empresariais da Educação e a Disputa pelo Controle do Processo Pedagógico na Escola. *Educação & Sociedade*, Campinas, 35(129), 1085-1114. Recuperado de <https://www.scielo.br/j/es/a/xm7bSyCfyKm64zWGNbdy4Gx/?lang=pt&format=pdf>
- Gatti, B. A. (2013). Possibilidades e fundamentos de Avaliações em larga escala: primórdios e perspectivas contemporâneas. In A. Bauer, B. A. Gatti & M. R. Tavares (Org.). *Ciclo de Debates: Vinte e cinco anos de avaliação de sistemas educacionais no Brasil: origem e pressupostos* (2 ed., pp. 47-69). Florianópolis: Insular.
- Gatti, B. A. (2016). O que se percebe é que a questão da docência é sempre relegada como se fosse algo menor. *Cadernos Cenpec*, São Paulo, 4(2), 248-275. Recuperado de <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/297/283>
- Goulemot, J. M. (2011). Da leitura como produção de sentidos. In R. Chartier (Org.). *Práticas de leitura* (5^a ed., pp. 107-116). São Paulo: Estação Liberdade.
- Graça, S. I., Ponte, J. P., & Guerreiro, A. (2021). Quando As Frações Não São Apenas Partes de Um Todo...! *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 23(1), 683-712. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p683-712>
- Julia, D. (2001). A Cultura Escolar como Objeto Histórico. *Revista Brasileira De História Da Educação*, Maringá, 1(1), 9-43. Recuperado de <http://repositorio.unifesp.br/bitstream/handle/11600/39195/Dominique%20Julia.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Lamon, S. J. (2020). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* [Ensinando Frações e Razões para o Entendimento: Conhecimento de Conteúdo Essencial e Estratégias Instrucionais para Professores]. 4 ed. New York and London: Routledge.
- Magina, S., & Campos, T. (2008). A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, Rio Claro, 21(31), 23-40. Recuperado de <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2104>
- Marin, L. (2011). Ler um quadro - uma carta de Poussin em 1939. Da leitura como produção de sentidos. In R. Chartier (Org.). *Práticas de leitura* (5 ed., pp. 117-140). São Paulo: Estação Liberdade.
- Neves, K. C. R. (2019). Manuais Preparatórios para os Exames de Admissão ao Ginásio: uma análise sobre a fração. *Revista de História da Educação Matemática*, 5(1), 132-149. Recuperado de <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/254>
- Pimenta, S. G. (2006). Professor reflexivo: construindo uma crítica. In S. G. Pimenta & E. Ghedin (Org.). *Professor Reflexivo no Brasil: Gênese e crítica de um conceito* (4 ed., pp. 17-52). São Paulo: Cortez.
- Santos, J. M. T. P. (2003). O processo de municipalização no Estado do Paraná. *Educar*, Curitiba, 22, 253-276. Editora UFPR. <https://doi.org/10.1590/0104-4060.321>

- Scheffer, N. F., & Powell, A. B. (2021). Frações na Educação Básica: O que Revelam as Pesquisas Publicadas no Brasil de 2013 a 2019. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, 9(20), 8-37. Recuperado de <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/724>
- Paraná. (2020). *Prova Paraná: objetivos*. Curitiba: SEED. Recuperado de <https://www.provaparana.pr.gov.br/Pagina/Objetivos>
- Pinto, N. B. (2019). A SBEM e a produção de conhecimento em Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro, 33(65), i-xvi. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65e01>
- Toledo. (2015). *Plano Municipal Da Educação – PME 2015-2024*. Toledo: Prefeitura do Município de Toledo. Recuperado de https://www.toledo.pr.gov.br/sites/default/files/plano_municipa_da_educacao_2015-2024_lei_no_2195.pdf