

**MATEMÁTICA PARA ENSEÑAR EN LOS LIBROS DE AURELIO RODRÍGUEZ
CHARENTÓN: la numeración y las operaciones****MATHEMATICS TO TEACH IN THE BOOKS BY AURELIO RODRÍGUEZ
CHARENTÓN: numbering and operations**Encarna Sánchez-Jiménez¹ ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5689-366X>**RESUMEN**

El problema que se plantea en este artículo es la caracterización de la *matemática para enseñar*, relativa a la aritmética y, más concretamente, a la numeración y las operaciones básicas, en la obra del maestro y profesor normalista Aurelio Rodríguez Charentón. Se toman como fuentes sus libros de texto de matemáticas *Lecciones de Cálculo*, *Grado elemental* y *Lecciones de Cálculo. Grado Preparatorio*, y el libro escolar didáctico *Metodología de los Problemas*. El estudio se efectúa desde una perspectiva de investigación histórica, y se completa el marco teórico-metodológico con herramientas propias de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Los resultados muestran que el *saber profesional* para enseñar los números y las operaciones, y para gestionar en el aula la enseñanza de los problemas aritméticos, está basado en los principios escolanovistas, que promueven una enseñanza activa e intuitiva, en íntima conexión con la vida. Además la epistemología de la matemática que subyace bajo la *matemática para la enseñanza* en los textos de Charentón, hace que los recursos para favorecer la intuición, tales como la acción con material concreto o los diversos modos de representación de un objeto matemático, una propiedad o un problema, estén siempre al servicio de un aprendizaje razonado de las matemáticas, que tiene en cuenta las características de la disciplina.

Palavras-chave: Aurelio R. Charentón. Enseñanza de la aritmética. *Matemática para enseñar*. Libro de texto. Teoría Antropológica de lo Didáctico.

ABSTRACT

The aim of this article is to characterize the *mathematics for teaching* in relation to arithmetic. It focuses specifically on base-ten system and the four basic operations in the teacher and teachers trainer Aurelio Rodríguez Charentón's work. The sources used in this study would be his mathematics textbooks *Lecciones de Cálculo*, *Grado elemental*, and *Lecciones de Cálculo. Grado Preparatorio*, and the didactic book for teachers *Metodología de los Problemas*. The study was conducted from an historical research perspective and the theoretical and methodological framework is completed with tools characteristic of Anthropological Theory of the Didactic. The results show that the teachers professional knowledge used to teach numbers and operations, and particularly, the one used to manage arithmetic problems teaching in class, is based in New Education principles. These principles support an active and intuitive teaching, in connexion with daily life. Furthermore, the epistemology of mathematics that lies behind *mathematics for teaching* in Charenton's texts allows for resources that favour intuition, such as action with concrete material or the various modes of representation of a mathematical object, a property or a problem, to always be at the service of a reasoned learning of mathematics, which takes into account the characteristics of the discipline.

Keywords/Palabras clave: Aurelio R. Charentón. Teaching of Arithmetic. *Mathematics for Teaching*. Textbooks. Anthropological Theory of the Didactic.

¹ Docente de la Universidad de Murcia – UMU, Campus Universitario de Espinardo. E-mail: esanchez@um.es

INTRODUCCIÓN

Los procesos de profesionalización docente son el resultado de desarrollos sociales e históricos que van unidos a la profesionalización de los saberes, ya que “es en los saberes para enseñar, que son específicos de los enseñantes, donde reposa en gran medida su profesionalización” (Bourdoncle, 2000, en Schertenleib; Amez-Droz; Anzévui, p. 123, traducción nuestra). Esto nos lleva a considerar, en el caso de quienes enseñan matemáticas, una matemática diferente de la matemática como objeto de enseñanza, o *matemática a enseñar*; se trata de las matemáticas como herramienta, la que necesita el enseñante para enseñar matemáticas, o *matemática para enseñar* (Hofstetter; Schneuwly, 2017).

Esta matemática para enseñar, ligada a la evolución de la profesión de enseñante de matemáticas o de formador de maestros para enseñar matemáticas, se manifiesta a menudo en los manuales² que se elaboran para facilitar o para guiar esa labor. A pesar de las limitaciones del libro de texto como fuente histórica (Tiana, 2005), la historia de la educación matemática no puede hacerse sin el análisis de los manuales, que constituyen un medio para investigar acerca de las prácticas de enseñanza en la institución correspondiente, pero también del modelo epistemológico –de las matemáticas– y de la pedagogía que las sostiene.

Bourdoncle (2000), retomando las ideas de Goode, señala como una de las características necesarias para que los conocimientos profesionales -lo que sería la matemática *para* la enseñanza- contribuyan a la profesionalización de ciertos docentes, la de que sean creados en parte, organizados, transmitidos y, en última instancia, arbitrados por la profesión misma, en particular por sus profesores-investigadores universitarios. Durante la Segunda República Española (1931-1936) y la década anterior, para las metodologías especiales, ese papel fue desempeñado por los profesores de la Escuela Superior del Magisterio y por miembros de otras instituciones dependientes de la Junta para Ampliación de Estudios (JAE), pero en lo que concierne a la metodología de la matemática, corresponde a un grupo de profesores normalistas formados en la Escuela Superior del Magisterio (ESM) (Sánchez-Jiménez, 2015). Además, por primera vez el carácter profesionalizador de la formación de maestros para enseñar matemáticas se reflejó en cambios legislativos, que dieron lugar a la publicación de obras que no pertenecían al campo de las ciencias de la educación en general ni tampoco al de las matemáticas propiamente.

² En España se usa habitualmente la denominación libro de texto para los libros escolares dirigidos al alumno y que desarrollan normalmente un programa de una asignatura. Mantendremos esa denominación y llamaremos libro escolar didáctico a los escritos para el docente.

Es por eso que el análisis de las obras escritas por este reducido grupo de profesores, entre los que se encuentra Aurelio Rodríguez Charentón, va ligado al proceso de disciplinarización de la metodología de la matemática, aunque este no llegara a consolidarse entonces (Sánchez-Jiménez, 2020a), y con ello al de profesionalización de los profesores normalistas que preparaban a los futuros maestros -y a los que ya ejercían la profesión- para enseñar matemáticas en la escuela primaria.

La obra de Charentón ha sido estudiada por investigadores ligados al Centro de Estudios para la Memoria Educativa, CEME, de la Universidad de Murcia (López; Bernal, 2005; Lopez; Delgado, 2011; Sánchez-Jiménez, 2011; Sánchez-Jiménez, 2015). Este centro, entre otras actuaciones, promueve la conservación y la investigación sobre libros escolares (Carrillo; Moreno; Sánchez-Jiménez, 2020). Interesan para este trabajo unos libros de texto para la escuela primaria y para la formación de los maestros publicados en un momento histórico en el que en la enseñanza, sobre todo primaria, se habían intensificado las innovaciones, como consecuencia de la difusión de las ideas de la *nueva educación*, y al mismo tiempo el modelo de formación de maestros estaba siendo cuestionado – muy poco después sufriría una transformación trascendental.

La finalidad de este artículo es analizar cómo el modelo pedagógico dominante, interpretado desde una epistemología de la matemática compartida por el sector más renovador de los profesores normalistas, contribuyó a configurar un saber objetivado y caracterizar esa *matemática para la enseñanza*, en particular la aritmética en los libros para la enseñanza de la matemática escritos por Charentón.

ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

La investigación llevada a cabo en este trabajo se realiza desde una perspectiva histórica, que ha de considerar cómo se ha ido construyendo la *matemática para la enseñanza* como un *saber objetivado* (Valente, 2018) que forma parte del saber profesional del profesor que enseña matemáticas. Este tipo de investigación ha de tener presente que se trata de un saber que

viene siendo construido históricamente. De esa forma, a los investigadores cabe la responsabilidad de hacer una elaboración histórica de ese saber, convirtiéndolo en inteligible, a partir de vestigios y rastros dejados en el presente, de la actuación profesional de los profesores (Maciel; Valente, 2018, p. 16, traducción nuestra)

Adoptamos una perspectiva epistemológica; en trabajos anteriores (Sánchez-Jiménez; Carrillo, 2018; Sánchez-Jiménez; Carrillo; Chevallard; Bosch, 2020; Sánchez-Jiménez, 2020b)

se pone de manifiesto lo que la combinación de marcos teóricos procedentes de la Historia de la Educación con las herramientas que proporciona la Teoría Antropológica de lo Didáctico puede aportar a la Historia de la educación matemática.

Se llevará a cabo un análisis *praxeológico*, que busca esclarecer las prácticas institucionalizadas que se reflejan en los libros para enseñar matemáticas, qué matemática se enseñaba y cuál era la metodología empleada, es decir, las praxeologías matemáticas y las didácticas en la formación inicial y permanente de los maestros. Este análisis contempla, junto a la praxis que determinan los *tipos de tareas*, matemáticas o didácticas, y las *técnicas* para abordarlas, el *logos* que justifica dicha praxis, compuesto por la *tecnología* o discurso justificativo de la técnica y la *teoría* o nivel superior de justificación (Chevallard, 1999). El estudio de los *gestos* que conforman las técnicas didácticas y del discurso justificativo que contienen los libros informa acerca del logos didáctico que motiva las propuestas didácticas reflejadas en los textos, en definitiva, sirve a nuestro propósito de delimitar no solo la *matemática a enseñar*, sino la *matemática para enseñar* que caracterizaba el saber profesional de los maestros, en un periodo crucial para la historia de la educación en España, precisamente cuando se estaba forjando una nueva manera de concebir ese saber profesional (Sánchez-Jiménez, 2015, 2020a).

Pero para interpretar esa *matemática para la enseñanza* hay que atender a la dimensión *ecológica*. El análisis ecológico se refiere al “estudio de las condiciones que permiten, y las imposiciones que obstaculizan, la implementación y el desarrollo de prácticas didácticas y matemáticas” (Bosch, 2010, p. 19, traducción nuestra). Para estudiar las propuestas de Charentón en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y, concretamente, con la aritmética en los primeros años escolares, es preciso referirse a las ideas pedagógicas que afectaban al conjunto de las disciplinas escolares, así como a los cambios en la política educativa que estaban teniendo lugar cuando se publicaron sus libros para aprender y enseñar matemáticas.

Analizamos libros escritos en los años previos a la Segunda República Española (1931-1936), cuando en la formación de maestros estaba en vigor el Plan de estudios de 1914, y en pleno periodo republicano, cuando las metodologías especiales habían sustituido a las asignaturas disciplinares en la formación de los maestros, con el Plan de 1931. Durante toda esa época tuvo lugar un importante movimiento renovador en España, que afectó a la escuela y a la formación de maestros, profesores normalistas y profesores de secundaria. El Plan de 1931 se hace eco de este movimiento renovador, no solo en la estructura de los estudios del magisterio primario, sino en lo relativo al contenido de dicha formación. El énfasis pasa, en matemáticas,

de la *matemática a enseñar* a la *matemática para enseñar*. Ello propicia la publicación de obras dirigidas al magisterio y a la escuela primaria. Se sentía la necesidad de obras que orientaran a los maestros acerca de las metodologías específicas, y la de las matemáticas en especial y se editaban libros para orientar la labor de los maestros y para ser utilizados por los niños. Las palabras de Enrique Rioja, profesor de la Escuela de Estudios Superiores del Magisterio, así lo expresa cuando prologa el primer libro –de ciencias– de Charentón, que había sido su discípulo: “A éste seguirán otros libros, que no solo en las ciencias, sino también en otras ramas del saber, contribuyen al mejoramiento del libro escolar, felizmente iniciado en estos últimos tiempos en nuestro país” (Rioja, 1926, en Charentón 1926, p. 9)

Entre las funciones que Choppin atribuye a los manuales escolares o libros de texto, Gregorio y Costa (2019) consideran las funciones *referencial* e *instrumental* para estudiar la matemática para la enseñanza en un manual de metodología. La primera se refiere a la posibilidad de hallar en un libro de texto el contenido de la enseñanza, es decir, el programa, sea este oficial, si existe, o sea la interpretación que de él se hace. La segunda función la ejerce un libro de texto en tanto que

pone en práctica métodos de aprendizaje, propone ejercicios o actividades que, según el contexto, tienen por objeto facilitar la memorización de conocimientos, fomentar la adquisición de competencias disciplinarias o transversales, la apropiación de habilidades, de métodos de análisis o de resolución de problemas, etc. (Choppin, 2004, p. 553, traducción nuestra).

Se estudian las obras para enseñar matemáticas escritas por Charentón para la escuela primaria y/o para los maestros y se identifican elementos de las praxeologías matemáticas y didácticas, con el fin de determinar en ellos, no solo la *matemática a enseñar* sino, sobre todo, la *matemática para enseñar*, concretamente nos centramos en la aritmética y los problemas, a partir de su contenido incluyendo el paratextual, principalmente los prefacios, en los que su autor expone sus ideas sobre la enseñanza de la matemática y de los que se pueden inferir aspectos de la epistemología subyacente. Precisamente varios autores reivindican el papel de los paratextos como fuente para la historia de la educación, como Andrade y De Souza Ferreira (2015) que destacan la relevancia de los paratextos para comprender una obra y la intención de su autor. En este caso, además, nos informan de los lectores potenciales a quienes se dirige.

Las *Lecciones de Cálculo* (Charentón, 1933, 193?) van dirigidas a niños de primaria, aunque la intención es que sirvan de guía al maestro. Esto último se pone de manifiesto en dos elementos paratextuales, el apartado “Justificación” que va al principio, a modo de prólogo, en ambos libros, y las notas a pie de página, que el autor dirige expresamente al maestro con varios propósitos, que interesan para el análisis que se realiza. Así, hay notas en las que el autor hace

una aclaración o comentario al maestro sobre alguna tarea o técnica didáctica: “El maestro ayudará en un principio a la invención de los problemas. Poco a poco dejará al alumno en libertad de que los discorra él” (Charentón, 193?, p. 16); “Antes de resolverlas numéricamente, los niños las harán prácticamente, trasladando después a sus cuadernos los resultados” (Charentón, 1933, p. 48); otras notas informan sobre la tecnología didáctica: “Hay una gran ventaja en que el niño opere materialmente con cajitas, en la forma indicada anteriormente, antes de escribir el resultado” (Charentón, 193?, p. 98).

Para caracterizar la *matemática para enseñar* en la propuesta de Charentón se recurre también al libro *Metodología de los Problemas* (Charentón, 1930). En él hallamos no solo las técnicas didácticas relativas a la utilización de los problemas en la enseñanza (nos ocuparemos en particular de las orientaciones respecto a los problemas aritméticos), sino el logos que guía esas orientaciones y que, al ser un libro dirigido a docentes o a quienes se preparaban para la docencia, aparece explicado. Como señala Bertini, “los problemas parecen ser una posibilidad interesante en las discusiones acerca de cómo la enseñanza de la matemática se transforma a lo largo del tiempo y cómo se relaciona con las propuestas procedentes de diferentes posiciones pedagógicas.” (Bertini, 2018, p. 36, traducción nuestra).

AURELIO R. CHARENTÓN Y SUS LIBROS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Aurelio Rodríguez Charentón es un referente para la enseñanza de la matemática en la escuela primaria. Aunque la beca solicitada y concedida por la Junta de Ampliación de Estudios (JAE), que disfrutó desde finales de 1932 en Francia, Suiza y Bélgica, fue para estudiar la metodología de las ciencias físico-naturales (Marín Eced, 1991), sus publicaciones demuestran también un claro interés por las matemáticas.

Fue alumno destacado de la Escuela de Estudios Superiores del Magisterio, centro donde se formaban desde 1909 hasta 1932 los profesores de escuelas normales, número uno de la promoción de 1924 (Molero; Del Pozo, 1989), y profesor de Escuelas Normales, aunque dejó la docencia en estos centros, en los años treinta, para volver a ejercer como maestro y director de escuelas primarias graduadas. Antes de prepararse para ser formador de maestros, era maestro en Madrid y al acabar sus estudios en la Escuela de Estudios Superiores del Magisterio volvió al magisterio primario, hasta que ocupó desde finales de 1927 una plaza de profesor de Física, Química, Historia Natural y Agricultura en la Normal de La Laguna. Permutó dicha plaza por una plaza de Matemáticas en 1928 y en 1930 se le concedió el traslado a Pontevedra,

también como profesor de Matemáticas. Ese mismo año pidió excedencia para ser maestro en el colegio Ntra. Sra. de la Paloma, en Madrid. Dirigió el Colegio de Huérfanos de Ferroviarios de Madrid entre 1934 y 1936, y también el Colegio Ntra. Sra. de la Paloma desde junio de este año (López, 2014). En Charentón reconocemos a un profesor implicado en la enseñanza primaria y en la formación de maestros y representativo de las corrientes que se desarrollaron en esa época, para la renovación metodológica de la escuela primaria.

Una de las dificultades encontradas para estudiar la aportación de Charentón en lo que se refiere a la enseñanza de las matemáticas ha sido determinar, en primer lugar qué libros escribió realmente, y en segundo lugar conseguir dichas obras. El proceso de “depuración” a que fue sometido en 1939, tras la Guerra Civil y la instauración de la dictadura del general Franco, a raíz del cual fue expulsado de la docencia y se prohibió editar o utilizar cualquier obra suya, ha podido ocasionar la pérdida definitiva de algunos de ellos y, quizá, el que no llegara a escribir alguno de los que tenía previstos y de los que tenemos noticia porque aparecen anunciados en otras publicaciones.

Las obras relacionadas con la matemática que hemos localizado y que, por ello, servirán de referencia fundamental en este trabajo son:

- *Lecciones de Cálculo, Aritmética, Geometría, Dibujo y Trabajo manual* (dos obras, *Grado Preparatorio* y *Grado Elemental*), publicado el primero en 1933³, del segundo no nos consta la fecha de publicación, aunque sabemos que fue posterior a la concesión de la beca que le permitiría conocer la enseñanza primaria en Europa, de las ciencias y puede que también la de las matemáticas.

Figura 1 – Cubiertas de *Lecciones de Cálculo. Grado Preparatorio. Grado Elemental*.

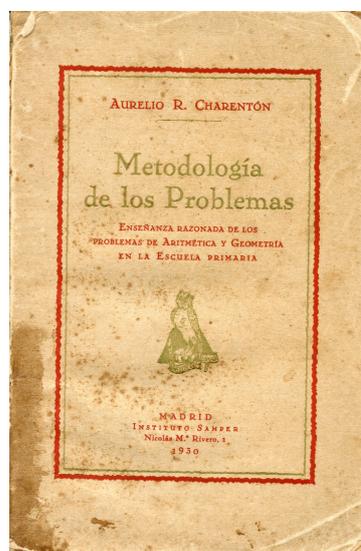


Fuente: Aurelio R. Charentón (1933).

³ Según la base de datos de la Biblioteca Nacional, aunque en el libro no aparece la fecha de publicación. En cualquier caso, en la portada se presenta a su autor como profesor de Escuela Normal y pensionado por la Junta de Ampliación de Estudios, por lo que su publicación no podía ser anterior a 1933, ya que la pensión se le concedió a finales del año anterior.

- *Metodología de los problemas. Enseñanza razonada de los problemas de Aritmética y Geometría en la Escuela Primaria*, publicada en 1930⁴.

Figura 2 – Cubierta de *Metodología de los Problemas*.



Fuente: Aurelio R. Charentón (1930).

En los dos libros primeros se anuncia como obra del autor *Lecciones de Cálculo. Grado Superior*, aunque puede que no llegara a publicarse o, lo más probable, que se haya perdido, debido a la acción depuradora del magisterio emprendida por los vencedores, que motivó la incautación y destrucción de todos aquellos libros escritos por personas no afectas al régimen. Asimismo, en la *Metodología de los problemas* aparece anunciada la obra *El ejercicio de los problemas. Manual del opositor*, del que tampoco hemos hallado ningún ejemplar, aunque debió publicarlo o, al menos, tener previsto escribirlo, ya que fue preparador de opositores; la revista *La escuela moderna* (1925, p. 328) anuncia material por correspondencia para preparar oposiciones de la Academia adscrita al Colegio Teresiano y uno de sus autores es Charentón; y en el diario *Ahora* (Anuncios por secciones, 1936, p. 38) la academia Tamayo anuncia “Temas y apuntes propios absolutamente originales”.

Mientras que las *Lecciones de Cálculo* van destinadas, en principio, a la escuela primaria, la *Metodología de los problemas*, aunque en el prólogo su autor no dice nada al respecto, debía de estar destinada a maestros o a quienes se estuvieran preparando para serlo. Charentón llevaba unos años impartiendo la asignatura Complementos de Matemáticas en la Escuela Normal de La Laguna, de la que era profesor de Ciencias desde 1927. Se trata pues, de

⁴ Anunciado como “Actualidad palpitante” en el periódico *El Sol* (Madrid, fundado en 1917), 11-7-1931, p. 2; y 9-9-1931, p. 2.

un libro que probablemente recoge su experiencia en las Normales y podría ser utilizado en estos centros.

A raíz del Plan de 1931, que introduce en las Escuelas Normales la metodología de las diferentes materias, en particular las matemáticas, aparecieron libros de metodología de las matemáticas escritos por profesores de Escuelas Normales. Y de hecho Charentón publicó una segunda edición de este libro ese año. Pero es una obra anterior, que escribe quizá para recoger las reflexiones hechas durante sus años, primero como maestro y luego como profesor normalista, y para que fuese un instrumento de su trabajo en la Normal, como ocurría con casi todos los libros de metodología de las matemáticas que se escribieron durante ese periodo (Sánchez-Jiménez, 2015). La revista *La Escuela Moderna* publica una reseña de este libro, que califica como “un libro de carácter práctico y de perspectivas renovadoras” y en la que atribuye a su autor un “perfecto conocimiento de la realidad viva de la Escuela” (*Metodología de los problemas*, 1931, p. 335).

Entre los tres libros conservados y los que no han llegado hasta nosotros, las obras escritas por Charentón y relacionadas con la matemática superarían a las escritas sobre cualquiera otra de las disciplinas escolares (de ciencias escribió tres libros y tres libritos de geografía, de todos los cuales se ha encontrado algún ejemplar). Ninguno de estos libros contiene una bibliografía final que nos informe sobre las fuentes que su autor consideró o las influencias que pudo tener. Pero sabemos que tradujo al español la obra *La metodología en acción*, de Detaile (1933), profesor en una escuela normal belga, y que el libro sobre resolución de problemas de Charentón, anterior a su estancia en Bélgica, reflejaba ya algunas de las ideas de este pedagogo, al que también citan otros profesores de matemáticas normalistas que lideraron la renovación metodológica en esta disciplina (Sánchez-Jiménez, 2015).

Aunque se trata de obras escritas una para las escuelas normales y otras para la escuela primaria, los prólogos de estas últimas no van dirigidos a los niños, sino a los maestros, por lo que estos libros pueden considerarse un recurso para la formación del magisterio, tanto de quienes se preparaban para ser maestros como de quienes ejercían ya la profesión. Margolinas y Wozniak (2009) atribuyen a los libros de texto un papel en la formación continua durante la vida profesional, ayudando a difundir innovaciones metodológicas entre los profesores en ejercicio, siempre que quienes los escriben no estén sometidos a su vez, como profesores, a las mismas condiciones y restricciones que sufren los destinatarios de esos libros. En el caso de Charentón, trabajaba como maestro en el momento en el que presumiblemente se publicaron sus dos manuales para la enseñanza de la aritmética. No obstante, hay motivos para suponer que la perspectiva en su caso era menos limitada. En los años anteriores había estudiado en la

institución en la que se formaban los formadores de maestros, donde había tenido la ocasión de estar en contacto directo con quienes lideraban la renovación pedagógica en España, había sido después formador de maestros, y había visitado escuelas normales en Europa, pensionado por la JAE.

Es posible que su experiencia personal como maestro y director de escuela y su pertenencia a una comunidad de maestros, con los que estaba trabajando, se refleje en la estructura de los libros, la extensión, el tipo de materiales que propone, el número de ejemplos y de ejercicios o la clasificación de estos. Nos hallamos ante unos textos que, además de inspirarse en las ideas pedagógicas de la escuela nueva y la epistemología de las matemáticas propia de aquel grupo de profesores normalistas egresados de la Escuela de Estudios Superiores y en contacto con las instituciones reformistas, seguramente estarían influidos igualmente por las condiciones y/o restricciones ecológicas procedentes de dos *instituciones* distintas, la institución de formación de maestros y la institución escuela primaria, a las que perteneció su autor. Pero la manera de concebir la matemática y cómo había de organizarse su enseñanza en las primeras edades, es decir, la pedagogía y la epistemología de las matemáticas subyacentes en sus libros de aritmética, se habían ido perfilando a lo largo de su etapa de formación y de su vida profesional. Se trataba de las ideas pedagógicas de la *escuela nueva*, tamizadas por la epistemología de las matemáticas propia de aquel grupo de profesores normalistas egresados de la Escuela de Estudios Superiores y en contacto con las instituciones reformistas.

LA PROPUESTA DE CHARENTON PARA LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO Y LAS OPERACIONES

El libro *Lecciones de Cálculo. Grado Preparatorio* está dividido en 48 lecciones: diecisiete de aritmética, cuatro de medida y veintisiete de geometría, aunque estas últimas se presentan por tripletas en nueve grupos de tres lecciones (presentación de una figura básica o cuerpo, trabajo manual relacionado y dibujo). Las diecisiete lecciones de aritmética corresponden una a cada número hasta el 15 (el cero y el uno se introducen a la vez), una a los números 16 al 19 y la última dedicada al número 20.

En la propia estructura de los libros de texto para la enseñanza primaria ya quedan patentes las dos funciones de los manuales. Si bien el contenido de las lecciones informa sobre qué conocimientos matemáticos, en particular de aritmética, han de ser objeto de enseñanza en ese nivel, el modo en el que organiza cada lección, e incluso la manera misma de secuenciar los saberes, incide en la función instrumental a la que nos hemos referido antes. Un ejemplo

está en cómo Charentón (193?) va introduciendo las unidades del sistema métrico decimal en combinación con el estudio de los distintos órdenes de unidades del sistema de numeración decimal, o sea, van seguidas las lecciones sobre el decámetro y las decenas, las centenas y el hectómetro, el millar y el kilómetro. Y cuando se trata de extender el principio posicional a los números decimales va relacionando cada orden de unidades con la correspondiente unidad de longitud, en este caso, los divisores del metro: la lección sobre las décimas y la lección acerca del decímetro van seguidas, y lo mismo las lecciones que introducen las centésimas y el centímetro, el milímetro y las milésimas se estudian juntos en una lección. Se ofrece con ello una *matemática para la enseñanza*, que ayuda a configurar a su vez el saber profesional del maestro.

Las lecciones sobre el número y las operaciones comparten una misma estructura y van dividida en siete secciones:

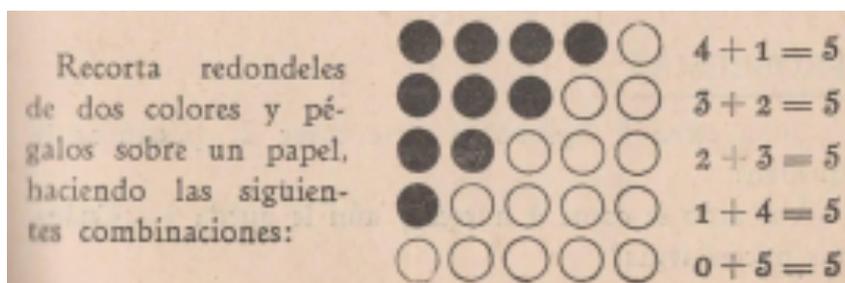
- Se introduce el número, haciendo referencia a colecciones de objetos que están dibujadas, como el número anterior más uno, para los números hasta el 10, y mediante la descomposición en 10 más un cierto número de unidades, para los números del 11 al 19, y el 20 como 19 más 1 y como dos decenas; tras el nombre del número se presenta el símbolo.
- *Ejercicios prácticos*. Son actividades en las que el niño ha de evaluar cantidades y los hay de dos tipos: medida de una colección y construcción de una colección con ese cardinal. También se trabaja la posición de un objeto en una serie ordenada, usando ordinales. Estos ejercicios se hacen con objetos reales, incluidos los propios niños.
- *Ejercicios de reflexión*. Si la sección anterior está dedicada a aspectos del *primer nivel de conocimiento* del número (Carrillo; Saá; Sánchez-Jiménez, 1989), esta se dedica tanto al primer nivel de conocimiento como al *segundo nivel* (relaciones entre los números):

En una fila de 5 niños, [...] ¿Entre cuáles niños está el segundo? [...]
¿Cuántos niños se necesitan para ver levantados 6 brazos? [...]
¿De cuantas maneras puedes hacer un montón de 7 lápices en 2 veces? ¿Y en 3 veces? En una fila de 7 niños, Pepe ocupa el 4.º lugar; ¿cuántos niños hay detrás de él? [...]
¿Cuántas cifras se necesitan para escribir el número 11? ¿Qué representa el primer 1? ¿Y el 1 de la derecha? [...]
¿Cuántas decenas hay en 17, en 18, en 19? [...]
¿Qué quiere decir el cero [en el número 20]? (Charentón, 1933, pp. 43, 57, 63, 99, 136, 146).

Las cuatro secciones restantes están agrupadas como “Cálculo sobre el número n”, siendo n el número que se trabaja en cada caso:

- *Ejercicios manuales.* Se le proponen al niño varias operaciones para que las efectúe primero manualmente con material concreto, como cajas y botones, y luego dibuje la operación manual en el cuaderno. Cuando se trata de los números de la primera decena, hace que el niño construya, además, todas las descomposiciones del número de que se trate en dos sumandos (Figura 3):

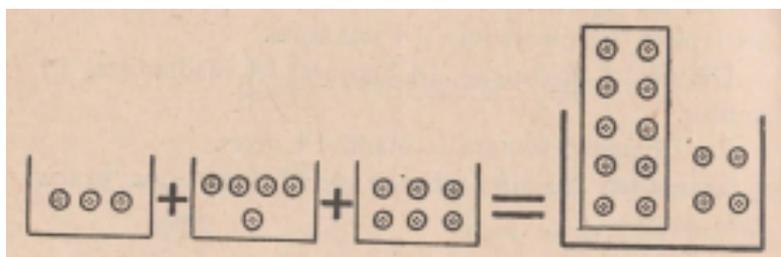
Figura 3 – Representación de las descomposiciones del 5 en dos sumandos.



Fuente: Charentón (1933, p. 43).

Para números mayores que 10, las bolas se cambian por botones; no se trata de algo casual, sino de un *gesto didáctico* que responde a la intención de subrayar la estructura del sistema de numeración decimal, representando el número como una decena y las unidades correspondientes. (Hay que tener en cuenta que en las mercerías de entonces los botones se vendían agrupados en cartones de 10 cada uno, tal como aparece en la Figura 4). Y subraya este gesto al indicar: “Al dibujar los resultados se procurará darles una disposición parecida a la del grabado” (Charentón 1933, p. 120).

Figura 4 – Representación de una suma con material *agrupado*.



Fuente: Charentón (1933, p. 120).

- *Ejercicios escritos.* Se trata de operaciones de cálculo escrito. Intervienen primero la suma y la resta y luego también la multiplicación y la división. En esta sección se proponen operaciones junto con sus inversas, en forma de operaciones incompletas, ya desde el grado preparatorio. Hay que destacar que Charentón no consideraba problemática la introducción de los símbolos de las operaciones, pues aparecen desde la primera lección y, de hecho, incluye una nota a pie con un comentario para los

maestros: “El maestro explicará el significado de los signos *más*, *menos* e *igual*, para que los alumnos comprendan el sentido de las operaciones” (Charentón, 1933, p. 14).

- *Problemas*. Son problemas concretos, que corresponden a acciones de juntar, quitar, repartir, etc., en los que intervienen los números estudiados hasta el momento. En los problemas del grado preparatorio se trabajan, con números pequeños, las cuatro operaciones básicas, ya que se proponen situaciones problemáticas en las que intervienen las cuatro operaciones al tiempo que introduce los números y para dar sentido a éstos.
- *Cálculo mental*. En este apartado se incluyen actividades de conteo progresivo y regresivo, continuo y discontinuo, así como las mismas operaciones que se habían propuesto antes en el apartado de ejercicios escritos.

El libro *Lecciones de Cálculo. Grado elemental* se divide en 110 lecciones: 39 de aritmética (9 sobre el sistema de numeración decimal, 29 para las cuatro operaciones básicas y una para introducir las fracciones), 23 de medida (en este grado trabaja el sistema métrico decimal con las magnitudes lineales y se introducen apenas las unidades de tiempo y de superficie) y 48 lecciones de geometría agrupadas en 16 ternas, con el mismo criterio que en el libro para el grado anterior.

La estructura de las lecciones de aritmética es también aquí bastante parecida. Se dividen en secciones fijas:

- Primero se introduce el orden de unidades que se va a estudiar, la operación de que se trate o la técnica algorítmica, según la lección, mediante problemas concretos.
- *Ejercicios de reflexión*. En esta sección se formulan cuestiones para que los niños reflexionen sobre el principio posicional, el sentido de la operación aritmética o el algoritmo de que se trate.
- *Ejercicios prácticos*. Esta sección se encuentra en algunos de los temas de aritmética. En ella se propone hacer las operaciones de forma manipulativa, con materiales cotidianos.
- *Ejercicios escritos*. Consisten en ejercicios de cálculo escrito (simbólico).
- *Problemas* (situaciones contextualizadas).
- *Cálculo mental*. Esta sección se aprovecha para trabajar las combinaciones numéricas básicas o “tablas”, las relaciones doble-mitad, triple-tercio...

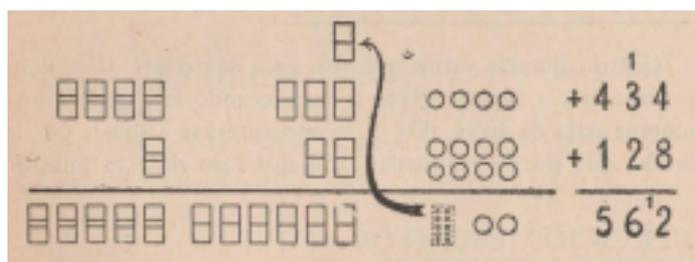
Se dedican 9 lecciones a introducir los diferentes órdenes de unidades del sistema de numeración decimal, incluidas las unidades menores que la unidad hasta la milésima, y otras 29 a las cuatro operaciones, normalmente una al sentido de la operación y el resto al algoritmo, primero con números enteros y luego decimales. Por ejemplo, para la multiplicación, operación a la que le dedica el doble y hasta el triple de lecciones que a las otras tres (hay 5 lecciones dedicadas a construir las tablas o productos básicos), los temas se titulan:

Multiplicación. Multiplicar por 2. Multiplicar por 3. Multiplicar por 4 y por 5. Multiplicar por 6 y por 7. Multiplicar por 8 y por 9. Multiplicación (Una cifra en el multiplicador). Multiplicación de un número por 10, 100, 1000. Multiplicar por una cifra seguida de ceros. Multiplicación (Multiplicador de varias cifras). Multiplicación (el multiplicador tiene ceros intermedios). Multiplicación de números decimales. Multiplicación de un número decimal por 10, 100, 1000 (Charentón, 193?, p. 289-291).

Se comentan a continuación algunos elementos de las *praxeologías matemáticas y didácticas* que se identifican en los libros que publicó para la formación matemática de los maestros o futuros maestros y para los niños de primaria. Análisis que permite conocer la *matemática para la enseñanza* en las propuesta de Charentón para enseñar aritmética y, por ende, en el periodo republicano y en los años anteriores puesto que, como se ha dicho, esas obras contribuían a la formación permanente de los maestros, ya que se trataba de un profesor conocido, autor de obras para otras materias, como el libro *Las Ciencias en la escuela* (1926), muy difundido en la época (se tiene noticia de que hubo, al menos, cinco ediciones).

Para enseñar el sistema de numeración decimal y hacer entender a los niños el principio posicional, usa objetos agrupados en decenas y/o centenas, normalmente cartones de 10 botones o de 10 veces 10 botones. Pero cuando se trata de extenderlo a números mayores, para los millares ya no representa analógicamente la cantidad, aunque hace referencia a objetos concretos. Ahora insiste en un recurso que ya había introducido antes para las centenas, el recurso a la simbolización con símbolos inventados, no universales y que, a diferencia de los cartones de botones o tiras de alfileres (bandas de papel con alfileres ensartados en filas, normalmente en grupos de 10 o 20 a la venta en mercerías), no representan una cantidad de manera analógica –aunque sí se representa analógicamente el número de unidades de cada orden–, ni el diseño de cada dibujo guarda relación con el orden de magnitud que representa. Los mismos símbolos los usa después para justificar los algoritmos de cálculo (Figura 5).

Figura 5 – Representación de la suma realizada con símbolos arbitrarios.



Fuente: Charentón (193?, p. 123).

Se trata de representaciones que introduce a la vez que la representación, más esquemática, consistente en esquemas con números.

Hay ciertos *gestos* que contribuyen a delimitar las *técnicas didácticas* observables en estos libros de texto y a inferir aspectos de la *tecnología didáctica*.

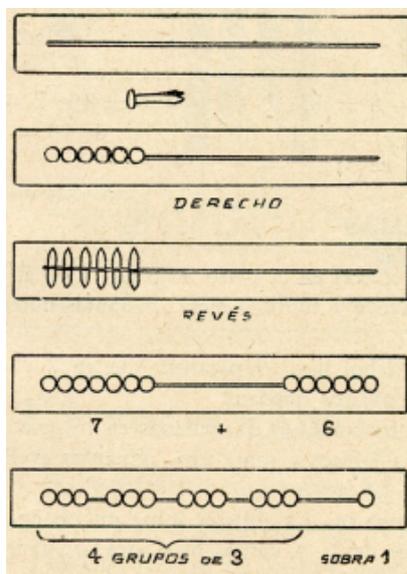
Uno de esos gestos es poner ejemplos con diferentes tipos de objetos cuando va introduciendo los primeros números, como el anterior más uno. Charentón presenta cada número partiendo de lo concreto pero es consciente del carácter abstracto de los conceptos y las relaciones matemáticas, y por eso muestra y hace trabajar al niño una misma relación con objetos diferentes. Se hallan razones tecnológicas en las páginas introductorias dirigidas a los maestros, en un apartado que el autor titula precisamente “Justificación”:

Creemos que lo fundamental en un grado de iniciación es intensificar el trabajo sobre una misma cuestión, presentándola bajo los más variados aspectos [...]
[...] Lo esencial para el niño en su iniciación al cálculo no es el tiempo, es la seguridad (Charentón, 1933, p. 9).

En el ideario de la *nueva educación* la intuición ocupa un lugar destacado y, para favorecerla, cobran importancia ciertos dispositivos, entre los que se encuentran el juego y los materiales manipulativos. Un ejemplo de aprovechamiento de los juegos populares lo hallamos en este ejemplo: “*Juego de bolos*: Se colocan 8 bolos y a cada tirada un alumno cuenta los que han caído, y otro los que quedan en pie. Los demás niños escriben la operación y su resultado” (Charentón, 1933, p. 77). Los juegos clásicos le proporcionan también ejemplos de materiales para usar en el aula, como cuando propone usar fichas de dominó para trabajar las descomposiciones de un número en dos sumandos. El material es un *dispositivo didáctico* muy ligado a la nueva pedagogía y que forma parte de las técnicas didácticas vinculadas a la mayor parte de las propuestas renovadoras para la enseñanza elemental, entre ellas, las que se refieren a las matemáticas (Sánchez-Jiménez, 2020b). Los materiales a los que hace referencia en los libros son materiales habituales en el entorno del niño, pero también hay otros diseñados por el autor y que sugiere que se construyan, como el contador hecho con una tira de cartón a la que

se le practica una ranura a lo largo y se insertan encuadernadores de papel que pueden deslizarse por ella. Charentón explica cómo construirlo, y en el dibujo (Figura 6) incluso se ve cómo quedaría por el derecho y por el revés.

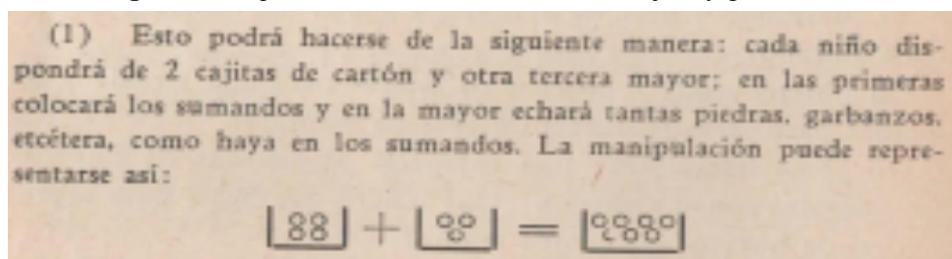
Figura 6 – Contador realizado con cartón y encuadernadores.



Fuente: Charentón (1933, p. 111).

Hay que tener en cuenta que el ideario de la *escuela nueva* o *nueva educación* insiste en el principio de ‘actividad’, hasta el punto de que algunos de los principales impulsores del nuevo modelo educativo usaron indistintamente las denominaciones ‘escuela activa’ y ‘escuela nueva’. Las secciones “Ejercicios prácticos” y “Ejercicios manuales” del libro para el grado preparatorio responden a este principio. La primera de estas secciones solo está en algunos temas cuando se trata del grado siguiente pero, en cualquier caso, se apela con frecuencia a la actividad manual con material del entorno. En este caso la técnica didáctica, que Charentón describe en una nota para los maestros a pie de página, consiste en realizar de manera efectiva las acciones, como en este caso (Figura 7), y después representar, primero gráficamente y luego de manera simbólica, lo que se ha hecho:

Figura 7 – Representación de la suma $4 + 3$ con cajitas y garbanzos.



Fuente: Charentón (193?, p. 98).

Incluso cuando propone ejercicios de cálculo escrito para ir construyendo la ‘tabla’ (combinaciones numéricas básicas) de la suma recomienda hacerlo primero con objetos. Y recuerda a los maestros: “Hay una gran ventaja en que el niño opere materialmente con cajitas, en la forma indicada anteriormente, antes de escribir el resultado” (Charentón, 193?, p. 98).

Otro rasgo de las propuestas que se hacían en aquel momento, no solo en relación con la enseñanza de las matemáticas, era que la escuela y la vida del niño estuvieran vinculadas, de modo que de esta salieran los contenidos, las situaciones de enseñanza, el material y los ejemplos. En definitiva, la actividad escolar debe ser un reflejo de la vida y no solo preparar para ella (Carreño; Colmenar; Egido; Sanz, 2000).

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La relación de la matemática escolar con la vida también se favorece con los problemas. Y, además, en un doble sentido:

La resolución de problemas en la escuela tiene una doble finalidad, que más bien debe considerarse como una doble fase, la fase inicial y la final de un mismo proceso. Es decir, *los problemas son el punto de partida* que suscita el interés para plantear y descubrir las normas del cálculo (reglas, definiciones, métodos, etc.), *y son también la aplicación práctica de esas mismas normas de cálculo*, proyectadas a las cuestiones que ordinariamente se presentan en la Vida (Charentón, 1930, p. 9, el destacado es nuestro).

Subraya este papel que asigna a los problemas como punto de partida para el cálculo, aludiendo tanto al significado de las operaciones como a la comprensión de los algoritmos. Y cuando, unos años después, escribe los libros de texto para primaria, no comienza por institucionalizar el algoritmo usual, sino que empieza planteando un problema concreto, de la vida cotidiana del niño, para comprender el sentido de cada operación, o los diferentes sentidos (problemas en los que a una cantidad se le aplica una transformación o problemas de comparación, por ejemplo, en el caso de la resta). Y también parte de un problema para construir el algoritmo correspondiente; de hecho, va proponiendo un problema cada vez que amplía la técnica, hasta generalizarla por completo y construir el algoritmo en el caso general. Esta función de los problemas la combina con la segunda de las funciones que señala, y esas lecciones en las que va introduciendo las técnicas de cálculo contienen en la sección “Problemas” una serie de problemas de aplicación.

El interés de organizar la enseñanza en la escuela ligada a la vida le lleva a clasificar los problemas atendiendo al tipo de cuestión que plantean. Como ejemplo, propone una lista de

problemas que llevan al siguiente principio: “*Ganancia = Precio de venta – Precio de compra o Coste*” (Charentón, 1930, p. 17). Esta idea la desarrolla en sus libros de texto para primaria, que incluyen numerosos problemas basados en esa relación, en todas las formas posibles:

Un anticuario ha comprado un cuadro por 1.575 ptas. y lo quiere vender ganándose 436 pesetas. ¿Por cuánto lo venderá?

Imagina otro problema análogo.

Un campesino vende una vaca por 748 ptas., perdiendo en la venta 274 ptas. ¿Cuánto le había costado?

Imagina otro problema análogo (Charentón, 193?, p. 125, el destacado es nuestro).

Observamos en los ejemplos muestras de una *técnica didáctica* conforme con la pedagogía dominante, la *invención* de problemas por los niños, de tal modo que “la mejor colección de problemas sería la que fuera elaborada por los alumnos y sometida a una reflexiva depuración, de común acuerdo entre el maestro y ellos” (Charentón, 1930, p. 18).

Esta técnica didáctica la concreta proponiendo, para la invención de problemas a partir de uno cualquiera, una serie de recursos o *gestos* que, en realidad, suponen actuar sobre las *variables didácticas* (Fregona; Orús, 2011) del enunciado de un problema. Uno es proponer variantes de un problema, tomando como incógnita cada uno de los datos del problema inicial, más aún, haciendo que sean los niños los que ‘*inventen*’ estos otros problemas en los que, al conocer de antemano la solución, pueden controlar el error y conseguir al mismo tiempo generalizar un tipo de problemas. Otros recursos son: que el enunciado esté incompleto –falta un dato necesario o la pregunta-, o por el contrario, contenga datos superfluos; que el enunciado esté deliberadamente desordenado para que el niño haya de reconstruirlo; y, cuando el niño esté en condiciones de hacerlo, inventar el enunciado de un problema a partir de las operaciones que lo resuelven.

En su opinión, trabajar los problemas por tipos, lejos de conducir a una enseñanza rutinaria, lo que permite es

mostrar a la clase la generalidad del procedimiento de resolución y la analogía profunda que existe entre cuestiones al parecer sin puntos de contacto. Y esa generalización, que es también simplificación y ordenación, da cofianza al alumno al sistematizar sus conocimientos (Charentón, 1930, p. 30).

Aquí se ponen de manifiesto algunos elementos tecnológicos acerca de la técnica didáctica de agrupar los problemas por tipos de problemas: tomar conciencia de las analogías existentes entre ellos y servir a las funciones de generalización y sistematización. Antes que a las unidades elegidas (enteros, decimales, etc.), da prioridad, como criterio, a la estructura de los problemas; en esto coincide, aunque solo en parte, con José María Eyaralar, profesor

normalista, el cual es partidario de clasificar los problemas por las relaciones matemáticas involucradas, pero sin tener en cuenta el contexto del problema (por ejemplo, que se trate o no de problemas de compra-venta). Se observa un modelo pedagógico común, el de la *nueva educación*, y un modelo epistemológico de las matemáticas que, en esencia, era compartido por un grupo de profesores normalistas con una formación común, aunque podamos hallar algunas diferencias entre estos.

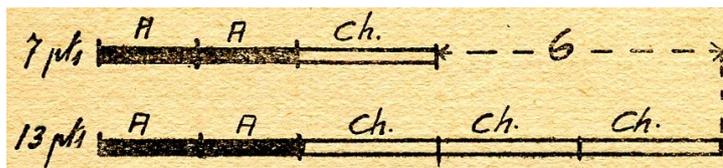
En lo que todos coinciden es en la importancia de apelar a la *intuición* en la enseñanza de las matemáticas. En el caso de Charentón queda de manifiesto igualmente en las pautas que da al maestro para trabajar la resolución de problemas. Establece las mismas fases que para cualquier lección: intuición, análisis y síntesis. Estas dos últimas comprenden la resolución del problema propiamente dicha. Pero el hecho de que establezca una fase previa, a la que denomina fase de “Intuición”, ya nos informa, una vez más, del *logos* didáctico de este profesor. Se trata, en este primer acercamiento al problema, de que el niño entienda qué situación se le está planteando y cuál es el interrogante que se le formula. Para ello propone diversas técnicas didácticas a los maestros, dos de ellas son comentar el enunciado con los niños y hacer que lo *dramaticen*:

La dramatización de este problema hará que un niño represente a la mujer y otro al comerciante. El primero simulará que va a la tienda a comprar los metros de tela, pagando, por consiguiente, su importe. [...]
Toda la clase, especialmente los protagonistas, comprenderán perfectamente que el importe de la última compra equivale a lo que antes había pagado más lo que acaba de entregarse. La dramatización o mimo del problema ha permitido poner de relieve lo fundamental [...] Comprendido el problema, éste está casi resuelto (Charentón, 1930, p. 34).

Pero para otros tipos de problemas que no se prestan de igual modo a la dramatización propone representarlos gráficamente. Atribuye a la representación gráfica un doble valor, educativo y práctico. Una parte destacada del libro se dedica a la representación de funciones que corresponden a problemas resolubles algebraicamente mediante ecuaciones o sistemas de dos ecuaciones de grado uno. Pero cuando se refiere a las representaciones gráficas que han de ayudar al niño a comprender el problema, poniendo de relieve las relaciones presentes en el enunciado, el gesto didáctico corresponde a un *cambio de marco* (Douady, 1986), en este caso la representación geométrica puede ser un recurso para la comprensión de los problemas aritméticos. Un ejemplo es el siguiente problema, para el que propone el gráfico de la Figura 8.

En la tienda hemos visto pagar 7 pesetas por 2 kilogramos de azúcar y 1 libra de chocolate; más tarde se han pagado 13 pesetas por 2 kilogramos de azúcar y 3 libras de chocolate de la misma calidad que los anteriores. Averiguar el precio del kilogramo de azúcar y de la libra de chocolate.

Figura 8 – Representación gráfica de un problema.



Fuente: Charentón (1930, p. 51).

Las funciones que atribuye Charentón a la representación gráfica son varias: en primer lugar ayudar a comprender el enunciado y las relaciones entre los datos que intervienen, pero también reconoce la función instrumental de las representaciones, que son aquí técnicas matemáticas alternativas para resolver el problema; por último, destaca la función que desempeña el gráfico como medio que conduce a la generalización, ya que a partir de un mismo gráfico se pueden plantear y resolver problemas parecidos.

Y en cuanto al maestro, Charentón subraya el interés de la representación gráfica, más o menos subjetiva, de un problema, sobre todo como un instrumento para el docente, en el sentido de que le permite conocer el razonamiento del alumno y, en ese sentido, forma parte del conocimiento profesional de aquel.

INFLUENCIAS EPISTEMOLÓGICAS Y ECOLÓGICAS EN LA *MATEMÁTICA PARA ENSEÑAR*

Aunque en la *matemática para enseñar* plasmada en los dos libros de texto y el libro escolar didáctico de matemáticas que se conservan es patente la influencia, en las instituciones de formación de maestros y en la escuela primaria, de los principios escolanovistas, esta influencia por sí sola no basta para explicar la propuesta de Charentón. Los libros analizados muestran una enseñanza razonada del número y de las operaciones, en la que las situaciones concretas que se proponen y las acciones sobre los materiales, lo mismo que el recurso a su representación mediante dibujos, tienen por objeto ayudar a abstraer los objetos matemáticos, no sustituirlos por sus representaciones concretas.

El valor que atribuye al razonamiento hace que presente las técnicas de manera justificada; una muestra de ello es la sección “Cálculo mental”, en la que se explican las técnicas, basadas en el principio posicional del sistema de numeración y en las propiedades de las operaciones (conmutativa, asociativa, distributiva), que no enuncia explícitamente para estos primeros grados de la enseñanza primaria, sino que se muestran mediante ejemplos genéricos: “Sumar un número de 2 cifras con otro de una sola: $35 + 4 = 30 + (5 + 4) = 30 + 9$

= 39” (Charentón, 193?, p. 125); “La mitad de un número impar: Mitad de 7 = mitad de 6 + mitad de 1 = 3 + 0,5 = 3,5” (Charentón, 193?, p. 237). En las indicaciones dirigidas al maestro insiste en la importancia de apoyarse en la estructura del sistema de numeración para trabajar el cálculo mental: “Se dirá: 40 = 4 decenas; 4 decenas : 2 = 2 decenas = 20” (Charentón, 193?, p. 233, nota a pie de página).

Incluso para los algoritmos clásicos no se conforma con la praxis, sino que la tecnología matemática forma parte de la construcción de la propia técnica. Para construir el algoritmo de la resta en el caso general, plantea primero una reflexión sobre la propiedad de la invarianza, apoyando la reflexión con la acción sobre material concreto:

Si al minuendo y al sustraendo le añadimos un mismo número, ¿qué le pasa a la diferencia? Hazlo ver con tiras de papel. Y si al minuendo le añadimos un número y al sustraendo otro distinto, ¿qué le pasa a la diferencia? Compruébalo con tiras de papel o bolas (Charentón, 193?, p. 169, el destacado es nuestro).

Y una vez construido el algoritmo de cualquiera de las operaciones, vuelve a plantear preguntas de carácter tecnológico: “Si los sumandos son decimales, ¿puede la suma resultar un número entero?” (Charentón, 193?, p. 139); “En el problema anterior [...] ¿Por qué tenían que tocar a más de 10 y menos de 100 libros?” (p. 263).

Cuando se sirve de problemas extraídos de la vida del niño y del material de uso común, elige este material de manera que prepare para la vida fuera de la escuela pero, a la vez, que sirva para trabajar las relaciones matemáticas que se pretende que descubra. Así ocurre con el dinero, cuyo conocimiento y manejo atienden a fines utilitarios pero no solo a ellos. En el libro para enseñantes justifica el uso del sistema monetario como recurso para enseñar la numeración:

Cada niño se encuentra, pues, con 2 pesetas, 4 monedas de 10 céntimos y 5 moneditas de 1 céntimo; es decir, con un complejo que, como *sus unidades guardan la misma relación que la de nuestro sistema de numeración decimal*, lo convertiremos fácilmente en 245 céntimos (Charentón, 1930, p. 12).

Otro rasgo de la influencia de la epistemología de las matemáticas que guía la obra de este profesor es la manera en la que secuencia los dos libros de texto para aprender matemáticas en la escuela primaria. Por un lado está la presentación de los contenidos, siguiendo la jerarquía que impone la propia matemática y la aritmética –recordemos las lecciones dedicadas a la multiplicación–; pero hemos comentado de qué manera va intercalando el estudio de las magnitudes lineales, haciendo hincapié en el paralelismo existente entre la estructura del sistema de numeración y las unidades del sistema métrico, que comparten la base y características estructurales.

En trabajos anteriores (Sánchez-Jiménez, 2015; Sánchez-Jiménez; Carrillo, 2018) se pone de manifiesto que se trata de una epistemología compartida por un colectivo de formadores de maestros.

Pero no es únicamente la forma de entender qué es la matemática y cómo se aprende y se enseña lo que subyace a estas técnicas didácticas. Hay que buscar explicaciones de tipo *ecológico*, es decir, la relación con el contexto en el cual se producen estas propuestas, que son en gran medida producto de una época y de una filosofía que influye en otras materias, además de las matemáticas. Aunque nos hemos ceñido a la aritmética, el estudio de la geometría y, concretamente, el estudio de las formas, es paralelo al de la aritmética y no se presenta como una materia independiente ni como otra parte del libro, sino intercalando unas lecciones y otras. Una prueba de Charentón estaba realizando innovaciones que no eran, en esencia, exclusivas de la matemática sino más generales es que estos mismos dispositivos didácticos se aplicaran a otras áreas. Concretamente, en el apartado “Explicación necesaria”, del libro *Las ciencias en la escuela* (1926), también estudia a la vez cuestiones de las diferentes ramas de las ciencias experimentales:

Tratamos solamente aquellas cuestiones generales más frecuentes en la vida ordinaria [...] sin tener en cuenta, como no lo tiene el niño, si esas cuestiones pertenecen a disciplinas diferentes. [...]
Esta coordinación y compenetración de asignaturas distintas rompe, quizá, los moldes clásicos de la especialización; pero lo damos por bien empleado si conseguimos simplificar, conexionar y afirmar los conocimientos que el niño debe poseer al salir de la escuela (Charentón, 1926, p. 12).

Lo que no es muy diferente de lo que dice en los apartados titulados “Justificación” de sus libros de matemáticas:

Cantidades y formas son para él [el niño] cosas familiares que se le aparecen fundidas íntimamente en su experiencia vivida. Hay otro hecho cierto: la escuela tradicional se encarga de romper la unidad de su cultura. [...]
¿Qué razón hay para mantener este criterio tan opuesto a la vida mental del niño y aun a la misma vida real [...]? (Charentón, 193?, pp. 7-8).

Del mismo modo, los ideales escolanovistas que guían su propuesta para la aritmética se manifestaban ya en relación con la enseñanza de las ciencias, que Charentón (1926) entiende como “una enseñanza viva, eficaz y esencialmente educadora” (p. 11). También en la enseñanza de las ciencias es importante la “*investigación del por qué [sic] y del cómo de las cosas [...]*” (p.12). Aunque, como ya se ha dicho, las características propias de las matemáticas son las que guían, en última instancia, la aplicación de los principios pedagógicos cuando se trata de elaborar una *matemática para la enseñanza*:

La enseñanza del cálculo es, sin duda, una de las más difíciles y penosas; su dificultad estriba en el *carácter abstracto* y poco familiar de las cuestiones que se plantean al niño y en la *necesidad de haber asimilado previamente cualquiera de ellas para pasar a la siguiente* [...] (Charentón, 1930, p. 5).

CONSIDERACIONES FINALES

Los libros de texto para la escuela primaria y los libros didácticos escolares destinados a los maestros o a quienes se preparan para serlo contienen información sobre la *matemática a enseñar* y, a la vez, son un instrumento para conocer la *matemática para la enseñanza*. En la obra *Metodología de los Problemas* (Charentón, 1930) se expone, como indica el subtítulo, un discurso sobre “Enseñanza razonada de los problemas de Aritmética y Geometría en la Escuela primaria”; y los libros de texto, escritos para ser utilizados por los niños –y también por el maestro– son igualmente una fuente para los investigadores en historia de la educación matemática, en tanto que son para el maestro una herramienta para su profesión de enseñante de matemáticas. Los prefacios o introducciones con las ideas del autor acerca de la enseñanza de la matemática y de cómo ha de usarse el libro, incluso las notas a pie de página dirigidas al enseñante son una muestra de ello.

Hay testimonios que permiten constatar la influencia que estas obras tuvieron no solo en la formación inicial de quienes se estaban preparando para ser maestros en las escuelas normales sino en la formación continua de quienes ya ejercían la profesión, una influencia proporcional a la popularidad y la consideración de su autor. La formación de su autor y la doble vertiente de su trabajo, como formador de maestros y como maestro, avalan un conocimiento que le permite fundamentar sus propuestas metodológicas y le proporcionan al mismo tiempo una visión realista de las condiciones de las escuelas españolas. Enrique Rioja, una persona relevante para la renovación metodológica en la enseñanza de las ciencias experimentales y profesor de la Escuela de Estudios Superiores del Magisterio, declara cuando prologa un libro de Charentón que “cada uno de los temas no ha sido el producto de una mera labor teórica, basada en lecturas más o menos acertadas, sino que es el resultado de una cotidiana y paciente labor realizada en la escuela” (Rioja, 1926, en Charentón, 1926, p. 9). En la *Revista de Pedagogía* se comentaba ya en 1926, año de la publicación de su primer libro, que Charentón tenía “un perfecto conocimiento de la niñez y de la enseñanza escolar, y de otro lado, una sana orientación y cultura científica” (Navarro, 1926, en Bernal; López; Moreno, 2005, p. 415). Los libros para enseñar matemáticas en la escuela y a los maestros fueron escritos después que su libro para la enseñanza de las ciencias, por lo que su autor contaba, además, con la

perspectiva que proporcionaba su experiencia como profesor de escuela normal formando maestros—antes había formado a opositores al magisterio—.

Se trata de obras representativas de la matemática a enseñar y de la matemática para enseñar durante el periodo republicano, cuando la metodología de la matemática había iniciado un proceso de disciplinarización que fue bruscamente interrumpido por la Guerra Civil (Sánchez-Jiménez, 2020a). Prueba de la contribución del libro sobre metodología de la matemática de Charentón a ese proceso es que José María Eyaralar lo tiene en cuenta al escribir su obra *Didáctica de los Problemas de Aritmética y Geometría* (1936), obra de carácter metodológico destinada también a la formación del magisterio, que incluye la obra de aquel en las recomendaciones bibliográficas del final. Y en cuanto al magisterio primario, las obras de Charentón eran igualmente representativas del saber profesional de los maestros, ya que se le consideraba “Maestro de maestros, conocido en toda España por sus libros y sus propagandas educativas” (Boletín oficial del Colegio de huérfanos de ferroviarios. Revista profesional de ferrocarriles, 1934, en López, 2014, p. 134).

En el caso de Charentón, los libros aquí analizados son una evidencia del cambio que se estaba produciendo en España en lo que se refiere a la profesionalización de los formadores de maestros en matemáticas (Sánchez-Jiménez, 2020a). Por la trayectoria profesional de su autor, desempeñaron ese papel de dotar a los maestros, en aquel periodo histórico, de las herramientas profesionales para enseñar matemáticas, es decir, de una verdadera *matemática para la enseñanza*.

REFERENCIAS

- Anuncios por secciones. (1936). *Ahora*, n.º 1642. Madrid, 31 de marzo de 1936, 37-38.
- Andrade, M. M., & De Souza Ferreira, M.P. (2015). Uma análise paratextual da obra “aritmética teórico-prática”. *Conexões-Ciência e Tecnologia*, 9(4), 153-165. Disponible en <https://doi.org/10.21439/conexoes.v9i4.984>
- Bernal J. M.; López, D. & Moreno, A. (2005). Las ciencias de la naturaleza en los libros escolares de lectura. En F. Comas & X. Montilla (Eds.). *Historia de la lectura* (pp. 411-421). Palma de Mallorca, España: Institut d’estudis Baleàrics.
- Bertini, L. F. (2018). Problemas. In W. R. Valente. (Org.). *Cadernos de Trabalho II*, v. 8 (pp. 11-42). São Paulo: Livraria da Física.
- Bosch, M. (2010). L’écologie des parcours d’étude et de recherche au secondaire. En G. Gueudet, G. Aldon, J. Douaire & J. Traglova (Eds.). *Apprendre, enseigner, se former en*

mathématiques: quels effets des ressources? Actes des Journées mathématiques de l'INRP (pp. 19-28). Lyon, Francia: Éditions de l'INRP.

- Bourdoncle, R. (2000). Autour des mots, «Professionnalisation, formes et dispositifs». En M. Altet & R. Bourdoncle (Dir.). *Recherche et formation*, 35. (Formes et dispositifs de la professionnalisation), (pp. 117-132). Recuperado de https://www.persee.fr/doc/refor_0988-1824_2000_num_35_1_1674
- Carreño, M.; Colmenar, C; Egido, I. & Sanz, F. (2000). *Teorías e instituciones contemporáneas de educación*. Madrid, España: Síntesis.
- Carrillo, D.; Saá, M. D. & Sánchez-Jiménez, E. (1989). *El aprendizaje del número y las regletas de Cuisenaire*. Murcia, España: Universidad de Murcia.
- Carrillo, D.; Moreno, P. L. & Sánchez-Jiménez, E. (2020). El Centro de Estudios sobre la Memoria Educativa (CEME) de la Universidad de Murcia y la investigación en Historia de la Educación Matemática. *Historia y Memoria de la Educación*, 11, 615-646. <https://doi.org/10.5944/hme.11.2020.25668>
- Charentón, A. R. (193?). *Lecciones de cálculo. Grado elemental. Aritmética, Geometría, Dibujo y Trabajo Manual*. Madrid, España: Estudio de Juan Ortiz.
- Charentón, A. R. (1933). *Lecciones de cálculo. Grado preparatorio. Aritmética, Geometría, Dibujo y Trabajo Manual*. Madrid, España: Estudio de Juan Ortiz.
- Charentón, A. R. (1926). *Las ciencias en la escuela: libro de lectura y de iniciación al estudio de la física, química e historia natural*. 4.^a ed. Madrid, España: Estudio de Juan Ortiz.
- Charentón, A. R. (1930). *Metodología de los problemas. Enseñanza razonada de los problemas de Aritmética y Geometría en la Escuela Primaria*. Madrid, España: Editorial Instituto Samper.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo 30(3), 549-566. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022004000300012>
- Detaille, L. (1933). *La Metodología en acción*. (Traducción de A. R. Charentón.). Madrid, España: Estudio de Juan Ortiz.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 7(2), 5-31. Recuperado de <https://revue-rdm.com/1986/jeux-de-cadres-et-dialectique/>
- Eyaralar, J.M. (1936). *Didáctica de los Problemas de Aritmética y Geometría*. Guadalajara, España: Sardá.

- Fregona, D. & Orús, M. P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Gregorio, J. M. da C. & Costa, D. A. (2019). Matemática para ensinar noção de número e contagem vista no manual Metodologia da Matemática (1964). *HISTEMAT*, 5(3), 131-151. Recuperado de <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/290/229>
- Hofstetter, R. & Schneuwly, B. (2017). Disciplinarização e disciplinação: as ciências da educação e as didáticas das disciplinas sob análise. In R. Hofstetter & W.R. Valente (Eds.). *Saberes en (trans)formação: tema central da formação de professores* (pp. 21-54). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- López, J. D. (2014). *Aurelio Rodríguez Charentón, un maestro en el olvido*. Murcia, España: Editum. Ediciones de la Universidad de Murcia.
- López, J. D. & Bernal, J. M. (2005). De la teoría pedagógica a la práctica docente: Aurelio Rodríguez Charentón y la renovación de las ciencias escolares en el primer tercio del siglo XX. En P. L. Moreno (Ed.). *Homenaje al profesor Alfonso Capitán*. Murcia, España: Editum. Ediciones de la Universidad de Murcia.
- López, J. D. & Delgado, M. A. (2011). Aurelio Rodríguez Charentón: la educación moral y cívica a través de su obra. La moral en la vida. En P. Celada (Ed.), *Arte y oficio de enseñar. Dos siglos de perspectiva histórica, tomo II* (pp. 401-410). Soria, España: CEINCE, Universidad de Valladolid, SEDHE.
- Maciel, V. B. & Valente, W. R. (2018). Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: o Compêndio de Pedagogia de Antônio Marciano da Silva Pontes. *Amazonia RECM*, 14 (31), 165-180. Recuperado de <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/5822>
- Marín Eced, T. (1991). *Innovadores de la Educación en España*. España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant: l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* (35), 2, 59-82. Recuperado de <https://www.erudit.org/fr/revues/rse/2009-v35-n2-rse3570/>
- Metodología de los problemas (1931). *La Escuela Moderna*, 478. Julio de 1931.
- Molero, A. y Del Pozo, M. M. (1989). *Escuela de Estudios Superiores del Magisterio (1909-1932)*. Madrid, España: Departamento de Educación de la Universidad de Alcalá de Henares.
- Rioja, E. (1926). Prólogo. En A. R. Charentón. *Las ciencias en la escuela: libro de lectura y de iniciación al estudio de la física, química e historia natural*. 4.^a ed. (pp. 7-9). Madrid, España: Estudio de Juan Ortiz.
- Sánchez-Jiménez, E. (2011). La resolución de problemas: aportaciones de Aurelio Rodríguez Charentón. En P. Celada (Ed.). *Arte y oficio de enseñar. Dos siglos de perspectiva*

histórica, tomo II (pp. 507–516) . Soria, España: CEINCE, Universidad de Valladolid, SEDHE.

Sánchez-Jiménez, E. (2015). *Las Escuelas Normales y la renovación de la enseñanza de las matemáticas (1909-1936)*. (Tesis doctoral en Pedagogía). Universidad de Murcia. Murcia. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10201/47449>

Sánchez-Jiménez, E. (2020a). The Methodology of Mathematics and the Emergence of a Proto-Discipline. *Pedagogical Research*, 5(3), em0064. <https://doi.org/10.29333/pr/8201>

Sánchez-Jiménez, E. (2020b). Materiales didácticos y renovación de la enseñanza de la matemática en la "Edad de Plata". In I. B. Dos Santos; E. Z. Búrigo & W. R. Valente (Eds.). *Materiais didáticos e História da Educação Matemática* (pp. 49-79). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Sánchez-Jiménez, E. & Carrillo, D. (2018). La aritmética en las escuelas normales españolas en la Segunda República y los años previos . *Revista paradigma*, XXXIX, n.º extra 1, 31-55.

Sánchez-Jiménez, E.; Carrillo, D.; Chevallard, Y. & Bosch, M. (2020). The Second Spanish Republic and the project method: A view from the ATD. In M. Bosch; Y. Chevallard; F. J. García & J. Monaghan (Eds.). *Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education: A comprehensive Casebook* (pp. 101-117). New York: Routledge.

Schertenleib, G. A; Amez-Droz, S. & Anzévui, R. (2012). Des Écoles normales aux Hautes Écoles Pédagogiques: quels changements pour les formateurs? In M. Giglio & S. Boéchat-Heer (Ed.). *Actes de la Recherche*, 9 (pp. 117-135). oai:doc.rero.ch:20150218103817-BM

Tiana, A. (2005). La investigación histórica sobre los manuales escolares en España: el Proyecto MANES. *Heurística: revista digital de historia de la educación*, 4. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3291099>

Valente, W. R. (2019). Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. *História da Educação (Online)*, 23: e77747 <http://dx.doi.org/10.1590/2236-3459/77747> inicial-página final.