

# REFLETINDO SOBRE O ESTÁGIO PARA PROFESSOR DE MATEMÁTICA DO ENSINO LICEAL EM PORTUGAL A PARTIR DE PRODUÇÕES DE ESTAGIÁRIOS (1940-41 e 1957-63)

Mária Cristina Almeida<sup>1</sup>

## RESUMO

Neste artigo pretendemos contribuir para aprofundar o conhecimento de como se processava a formação prática dos professores de Matemática do ensino liceal, em Portugal. Caracterizamos brevemente o modelo de formação de professores do ensino liceal instituído em 1930 e que se manteve cerca de quarenta anos. Recorrendo a produções de estagiários do Liceu Normal de D. João III, tentaremos compreender como se processava a formação dos professores nos fins dos anos trinta e primeira metade da década de quarenta. Do mesmo modo, pretendemos aclarar o modo como ocorreu o desenvolvimento das novas ideias no âmbito da modernização do ensino na formação de professores, no Liceu Normal de D. Manuel II, entre 1957 e 1963. Notámos uma influência das ideias da Escola Nova nos documentos relacionados com o ensino da Matemática no Liceu Normal D. João III, na heurística e na participação ativa dos alunos para a qualidade das suas aprendizagens matemáticas. No que respeita, à formação de professores, no Liceu Normal de D. Manuel II, os documentos analisados evidenciam sinais de uma renovação do ensino da Matemática, quer na aplicação de novos conteúdos quer na incorporação de novos métodos. As fontes utilizadas foram revistas de ensino, documentos manuscritos e entrevistas.

## ABSTRACT

This paper focuses on the training for secondary school (liceus) mathematics teachers, in Portugal, and aims to contribute to deepen our knowledge of its process. We will briefly characterize the teacher education system established in 1930 and persisted about forty years. Using materials produced by mathematics teacher trainees in Liceu Normal de D. João III, we try to understand the training for teacher at the end of the 1930s and the first half of the 1940s. Similarly we attempt to clarify the way the new ideas for the teaching of mathematics were acquainted on teacher training course in Liceu Normal de D. Manuel II, between 1957 and 1963. We have noted an influence of the new school ideas in the documents related to the teaching of mathematics in Liceu Normal de D. João III, an heuristic approach to teaching was valued, as well as students personal engagement in learning. The materials that regard to Liceu Normal de D. Manuel II, Manuel II, show that the trainees had become acquainted with the new math ideas, either in the application of new contents as in changes introduced teaching practices. The paper is based on articles in educational journals, grey literature such as teacher trainees' notes and interviews.

## INTRODUÇÃO

Vários autores (Matos, 2010; Schubring, 2006; Valente, 2008) reforçaram a necessidade de estudos no campo da História do ensino e aprendizagem da Matemática pela sua possibilidade ajudar a nossa compreensão tanto das práticas atuais como das crenças dos professores. Para compreender a história do ensino da Matemática partindo da perspectiva da história das disciplinas escolares e da cultura escolar (Chervel, 1990; Julia, 2001) devemos entender a escola não como um simples agente de transmissão de saberes elaborados fora dela,

---

<sup>1</sup> Investigadora na UIED- FCT-UNL/Docente no Agrupamento de Escolas de Casquilhos. E-mail: [ajs.mcr.almeida@gmail.com](mailto:ajs.mcr.almeida@gmail.com)

mas como uma instituição que os adapta, os transforma, criando um saber e uma cultura próprios. Uma das questões que Chervel (1990) propõe para possibilitar a compreensão é: como eram formados os professores? Por seu lado, Julia (2001) considera que é importante relevar a importância dos materiais produzidos por alunos e professores para a compreensão das práticas escolares e para a escrita da história de uma disciplina. Valente (2007) indica fontes que permitem a construção de uma história do ensino da Matemática:

Esses materiais estão reunidos, em boa parte, nos arquivos escolares. Diários de classe, exames, provas, livros de atas, fichas de alunos e toda uma série de documentos estão nas escolas para serem interrogados (...) há os arquivos pessoais de alunos e professores. Neles é possível encontrar cadernos de classe, cadernos de exercícios, rascunhos, trabalhos escolares e toda uma sorte de documentos ligados aos cursos e aulas. (...) Decretos, normas, leis e reformas da educação, constituem material precioso para a análise de como a educação é pensada em diferentes momentos históricos e de que modo se busca ordenar a sua prática. Todo esse conjunto de traços, de documentos sobre o passado, inclui, ainda, dependendo do período histórico a ser estudado, o trato com a história oral, com a pesquisa junto a protagonistas ainda vivos, das práticas pedagógicas do ensino de matemática realizada noutros tempos. (39-40)

Em Portugal, foi instaurado em 1930<sup>2</sup>, um regime de formação de professores do ensino liceal que se estruturava em duas componentes: a cultura pedagógica, ministrada nas Faculdades de Letras, e a prática pedagógica, desenvolvida nos Liceus Normais. A *prática pedagógica* era proporcionada pelo trabalho realizado durante um estágio de dois anos. Nesta experiência profissional, o futuro professor era acompanhado por um professor metodólogo que era responsável pela sua orientação no estágio.

Neste artigo pretendemos contribuir para aprofundar o conhecimento de como se processava a formação prática dos professores de Matemática, em Portugal. Começamos por caracterizar brevemente o modelo de formação de professores do ensino liceal instituído em 1930, tal como ele se apresenta nos documentos oficiais, e identificaremos ciclos de mudança na regulação da formação. Num segundo momento, recorrendo a produções de estagiários do Liceu Normal de D. João III, tentaremos conhecer como se processava a formação dos professores nos fins dos anos trinta e primeira metade da década de quarenta. Do mesmo modo, pretendemos aclarar o modo como ocorreu o desenvolvimento das novas ideias no âmbito da modernização do ensino, a par da formação de professores, no Liceu Normal de D. Manuel II, entre 1957 e 1963. Se considerarmos o conhecimento histórico como uma tela, na qual vários pintores vão introduzindo novas imagens, incorporando motivos, numa tentativa de melhorar a obra existente, esta imagem que facultamos irá juntar-se a outras que já existem noutros trabalhos de

---

<sup>2</sup> Decreto n.º 18 973, de 28 de Outubro de 1930, retificado em 22 de Novembro do mesmo ano.

modo a melhorar o conhecimento histórico da formação de professores de Matemática do ensino liceal em Portugal.

Segundo Rodrigues (2003), o Estado Novo manteve a formação de professores e um quadro de metodólogos de reconhecido valor que estava atento às transformações que iam ocorrendo na maneira de ensinar. Os documentos analisados relativos ao estágio nos fins dos anos trinta e primeira metade da década de quarenta ajustavam-se ao propósito de aquisição de práticas educativas, no sentido que lhe é dado por Rodrigues (2003), quando afirma que a formação de professores assegurava uma boa preparação científica e cultural, desenvolvendo a ‘arte de comunicar’ como elemento fundamental do ato pedagógico. Notámos uma influência das ideias da Escola Nova<sup>3</sup> nos documentos relacionados com o ensino da Matemática no Liceu Normal D. João III, na heurística e na participação ativa dos alunos para a qualidade das suas aprendizagens matemáticas. No que respeita, à formação de professores, no Liceu Normal de D. Manuel II, os documentos analisados, detetamos sinais de uma renovação do ensino da Matemática, quer na aplicação de novos conteúdos quer na incorporação de novos métodos, preconizando-se um ensino heurístico ou ativo. Como estratégias para a aula de Matemática são referidos os grupos de trabalho e o uso de materiais. É ainda possível encontrar referências à importância da intuição e à experimentação no ensino da matemática, bem como a material concreto estático e dinâmico, filmes didáticos (especialmente os de Nicolet).

No ato da produção da história “tudo começa com o gesto de separar, de reunir, de transformar em ‘documentos’ certos objectos distribuídos de outra maneira” (Certeau, 1982, p. 81). As etapas que seguimos inscrevem-se na metodologia da investigação histórica (recolha e seleção de documentos, análise crítica, interpretação e escrita). As fontes utilizadas foram revistas de ensino, documentos manuscritos e entrevistas. O levantamento documental foi realizado no Arquivo Histórico da Secretaria-Geral do Ministério da Educação, no Arquivo da Escola Secundária Rodrigues de Freitas, Arquivo da Biblioteca da Escola Secundária José Falcão e em documentos facultados por António Augusto Lopes (AAL<sup>4</sup>). As entrevistas com António Augusto Lopes foram realizadas entre 2006 e 2011 e transcritas para posterior análise. Preferimos entrevistas de carácter pouco estruturado que têm sido dadas como adequadas aos estudos históricos (Bogdan & Biklen, 1994). Porque o padrão de experiências é conhecido do professor a história inspira à reflexão, ajuda a perceber quem somos e como nos encaixamos no esquema das coisas (Mattoso, 1997), pensamos que aceder a eventos passados, pessoais ou profissionais, de um professor torna mais sedutora a divulgação da história do ensino de uma disciplina.

---

<sup>3</sup> O movimento da Escola Nova considera o conhecimento como produto da atividade do aluno. O aluno que deve aprender a pensar bem, o uso de materiais facilita essa aprendizagem, por permitir favorecer a atividade, e propiciar as trocas de experiências. Ao professor cabe estudar as condições de trabalho para estruturá-lo e torná-lo interessante.

<sup>4</sup> Ao longo do texto utilizaremos esta sigla para simplificar a leitura.

## BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO

No regime de habilitação para o magistério estabelecido em 1930<sup>5</sup>, a formação de professores do ensino liceal estruturava-se em duas componentes: a *cultura pedagógica*, ministrada nas Faculdades de Letras de Coimbra e Lisboa, e a *prática pedagógica*, desenvolvida nos Liceus Normais então criados e destinados a serem escolas de preparação prática dos professores. Nesta experiência profissional, o futuro professor era acompanhado por um professor metodólogo que era responsável pela sua orientação no estágio. O estágio, não remunerado, tinha a duração de dois anos e a admissão ao 1.º ano, para os candidatos no 8.º grupo<sup>6</sup> de docência do ensino liceal, podia ser requerida apenas pelos que possuísem a licenciatura na Secção de Ciências Matemáticas das Faculdades de Ciências. O acesso era feito através de um exame de admissão. Esta era uma fase que muito poucos candidatos ultrapassavam, mas os que o conseguiam ainda eram sujeitos a *numerus clausus* imposto por lei. Em cada ano lectivo, o número máximo de candidatos admitidos era regulamentado. Usualmente, o número máximo era quatro, podendo ser incluído nestes apenas um concorrente do sexo feminino. Durante os dois anos do estágio, os estagiários elaboravam e discutiam planos de lições, assistiam a eram assistidos a aulas, mantinham seminários regulares com o metodólogo, assistiam e apresentavam conferências, entre outros trabalhos (direções de classe, conselhos, reitoria, vice-reitoria, exames, entre outros). No final, os estagiários tinham de submeter-se ao Exame de Estado<sup>7</sup> A aprovação no Exame de Estado conferia ao candidato a capacidade legal para ser nomeado professor do ensino secundário, quer oficial quer particular (Almeida, 2011).

Então, o estágio era composto por um conjunto de atividades práticas com incidência direta nos problemas e tarefas diárias que um professor teria que efetuar ao entrar na profissão. Com efeito, o estágio preparava para a vida profissional, pois para além da preparação para a prática lectiva, havia também prática da componente administrativa (Almeida, 2013). Segundo

---

<sup>5</sup> Detalhes sobre os diplomas que regulamentaram estes estágios podem ser encontrados em Almeida (2013).

<sup>6</sup> A organização dos professores, em termos de carreira, era operada de acordo com a disciplina ou grupo de disciplinas que leccionavam no ensino liceal. O 8.º grupo era o grupo de docência correspondente à disciplina de Matemática.

<sup>7</sup> Para 8.º grupo, as provas do Exame de Estado eram as seguintes: a) Prova escrita, dividida em duas partes, uma de didática geral e outra de didática especial ou administração do ensino secundário; b) Ensaio crítico sobre o ensino de um tópico concreto da disciplina do grupo, que era documentado com os planos de algumas lições. Este trabalho era discutido por um dos vogais. c) Uma lição de cinquenta minutos, dada a uma classe do liceu, sobre a disciplina do grupo. Os assuntos da lição eram, por norma, os que deviam ser leccionados em continuação da aula anterior.

Pintassilgo e Teixeira, este foi o modelo que o Estado Novo<sup>8</sup> decidiu manter ao longo de boa parte da sua longa vigência.

Algumas das opções tomadas facilitaram o controlo da formação de professores por parte do Estado, através, por exemplo, da nomeação dos reitores e metodólogos dos Liceus Normais ou da carga simbólica do Exame de Estado. Mas nada é assim tão simples. Não é raro encontrarmos, entre aqueles actores, dissonâncias em relação ao que parece mais convencional, em especial no que se refere à dimensão especificamente pedagógica. Mesmo os estagiários, que procuravam corresponder aos métodos legitimados pelos seus mestres, não se eximem, por vezes, de manifestar posturas críticas. Num contexto politicamente difícil e adverso, alguma reserva de autonomia era, ainda assim, possível.

(Pintassilgo e Teixeira, 2011, p.18)

Um artigo publicado em Novembro de 1940, na revista *Liceus de Portugal*, permite-nos um olhar sobre o ensino da Matemática no Liceu de D. João III. Segundo o artigo, os diversos os métodos de ensino utilizados no liceu, eram originados pelas diferenças no ideal pedagógico dos professores. Aludindo-se a uma corrente da didática da Matemática de feição moderna que se vinha afirmando sobretudo nas mais jovens gerações de professores, faz-se notar que na sua aplicação prática, um dos aspectos gerais que marcavam a diferença era a transformação da sala de aula em sala de trabalho. No que respeita ao papel do aluno, distingue-se escola antiga e escola moderna, observando-se que, na primeira, o aluno tinha uma atitude passiva, de receptor passivo de conhecimentos que lhe eram fornecidos em doses já digeridas. A segunda, a escola moderna era a escola ativa, a escola do trabalho. Em seguida, refere-se que a experiência sustentava a possibilidade de realização deste aspecto da escola moderna no liceu, salientando-se que quando bem aplicado conduzia a bons resultados. Para o conseguir pôr em prática na aula de Matemática, bastava ao professor arranjar

uma vasta colecção de exercícios de aplicação imediata das regras contidas na matéria do seu programa, convenientemente graduados a partir dos casos mais simples até aos de certa complexidade, de modo a conseguir um duplo fim: levar os alunos a dominar a regra pela sua aplicação a exemplos de dificuldade progressiva e atender às diferenças individuais (...) a aplicação da técnica é muito simples (...) Inicia-se a aula pelo estudo de um princípio ou uma regra, feito no quadro pelo professor ou por um dos alunos, resolvendo-se em seguida, ainda no quadro, um ou dois problemas de aplicação muito simples e imediata, que o curso acompanha atentamente. Apenas o mestre verifica ter a maioria dos seus discípulos compreendido o suficiente para iniciar o trabalho colectivo, dita ou escreve no quadro

---

<sup>8</sup> Em Portugal, o Golpe Militar de 28 de Maio de 1926, põe fim ao período designado por Primeira República. Com a Constituição de 1933 é instaurado o regime ditatorial do Estado Novo que se prolongou por 48 anos, terminando com o golpe militar de 25 de Abril de 1974.

os dados de novos problemas de aplicação para serem resolvidos por todos os alunos nos seus lugares.

(LICEUS DE PORTUGAL, Dezembro, 1940, 241)

Segundo o autor, alguns professores usavam outra versão, cada problema era resolvido no quadro por um novo aluno e os restantes trabalhavam nos lugares registando os problemas no caderno diário. Em geral, verificava-se que um tempo de aulas permitia que cada aluno resolvesse, pelo menos, um exercício no quadro. No decorrer da aula, o professor percorria os intervalos entre as carteiras corrigindo os erros, esclarecendo dificuldades, entre outros. O artigo refere que o Liceu estava aparelhado com uma ampla coleção de modelos, construídos por alunos do 1.º ciclo em aulas de trabalhos manuais e por estagiários e professores.

A ideia de que se tornava necessária uma renovação no ensino da Matemática, desenvolve-se no período pós 2.ª Guerra Mundial, particularmente em diversos países europeus e nos Estados Unidos da América. Este movimento internacional conhecido por *Movimento da Matemática Moderna*, decorreu no período de meados dos anos 50 a meados dos anos 70 do século XX (Guimarães, 2007; Matos, 2009). A abertura dos estágios pedagógicos no Liceu Normal de D. Manuel II, no Porto, em 1957<sup>9</sup>, ocorre na fase inicial deste Movimento. O metodólogo convidado para o 8.º grupo, foi António Augusto Lopes, um professor que já tinha tomado contacto com as novas ideias que circulavam pelo estrangeiro, acompanhando as novidades sobre o movimento matemático internacional, nomeadamente, com a sua vertente relacionada com o ensino e completando o seu conhecimento sobre o tema com a leitura de livros que ia adquirindo.

Sobre os métodos, o movimento da Matemática Moderna recomenda uma abordagem intuitiva que se associa à concepção de que os aspectos mais abstractos e formais devem ser antecedidos de um trabalho de base intuitiva. Mais ainda, e por se considerar base para o desenvolvimento da abstração matemática por parte dos alunos, recomenda-se que em anteposição ao ensino da Geometria dedutiva haja um estudo com base na observação e manipulação de objetos e materiais concretos diversos. AAL já usava anteriormente modelos, nomeadamente em Geometria, e estratégias que visavam envolver o aluno na sua aprendizagem, sendo-lhe assim natural aderir às propostas do movimento internacional no que respeita aos métodos.

Em diversas ocasiões AAL referiu a sua visão do que teria sido a formação de professores, no Liceu Normal de D. Manuel II, antes do início da experiência de modernização do ensino da Matemática, em Portugal, ressaltando nas opções pedagógicas o uso de instrumentos e materiais concretos. Com efeito, referiu ter usado modelos em algumas situações de aprendizagem nas suas aulas, o mesmo acontecendo nas aulas dadas pelos seus estagiários.

---

<sup>9</sup> Decreto-Lei n.º 41 273, de 17 de Setembro de 1957.

AAL mostra preocupação em orientar os futuros professores no recurso a métodos ativos, cujo valor no âmbito da formação dos alunos reconhecia desde o seu estágio.

Nos primeiros anos de funcionamento do Liceu D. Manuel II, a utilização de modelos dinâmicos no ensino da Geometria nas turmas atribuídas ao estágio esteve em consonância com as tendências de renovação pedagógica para o ensino da Matemática que vinham sendo propostas internacionalmente, no que concerne aos métodos, em particular à utilização de modelos. Segundo AAL,

os estagiários construíram modelos durante o seu estágio, para utilizarem nas suas aulas. (...) Essas eram as recomendações seguidas para a formação de professores nos primeiros anos [traduzindo da Recomendação n.º 43]: “Desempenhando os auxiliares audio-visuais os modelos matemáticos concretos (tirados da vida corrente, construídos pelos alunos ou pelos professores ou ainda fabricados por firmas comerciais), um lugar cada vez mais importante no ensino, convém tirar partido do seu uso para fazer adquirir ativamente, pelos alunos, as abstrações matemáticas”. Isto era sobre materiais, agora vamos ver sobre a formação de professores: “Uma preparação pedagógica e psicológica adequada deve ser o complemento indispensável da formação matemática do professor (...) Ela dará um lugar às relações do concreto e do abstracto, de forma a situar a metodologia dos modelos no ensino”.

(AAL, 29 de março de 2010)

Quando iniciou a sua função como metodólogo no Liceu Normal D. Manuel II, AAL solicitou ao Reitor o apetrechamento de uma sala onde o material didático para a disciplina de Matemática estivesse reunido. “Nessa sala, a meu pedido, puseram-se mesas para dois alunos em vez de carteiras [individuais], a minha ideia era dar à sala um arranjo que propiciasse o trabalho em grupo, porque os alunos não estavam habituados a isso” (AAL, 16 de dezembro de 2006). Na figura 1. podemos ver uma fotografia da Sala de Matemática do Liceu D. Manuel II, com alguns materiais expostos. A análise cuidada da fotografia permite identificar um geoplano de Gattegno, um modelo relativo a arcos de circunferência, um modelo relativo a ângulos inscritos, modelos de poliedros (alguns em plástico transparente), entre outros.



Figura 1 – Fotografia da Sala de Matemática do Liceu D. Manuel II, com alguns materiais expostos (arquivo pessoal de AAL).

Quando questionado sobre a utilização de materiais didáticos nas suas aulas no Liceu D. Manuel II, AAL afirmou utilizar o material Cuisenaire “desde 1957, quando começou o estágio no Liceu” (AAL, 29 de março de 2010), bem como, o geoplano (AAL, 13 de julho de 2008); sobre os filmes como auxiliares do ensino, destaca que serviam especialmente como ponto de partida para reflexão e discussão. Com efeito, referindo-se aos filmes de Jean Louis Nicolet aponta que o uso destas películas tornava o ensino da Matemática mais atraente e acessível, pois a apresentação de imagens animadas suscitava o interesse dos alunos. Um outro benefício residia na própria abordagem dinâmica destes filmes, o aluno visualiza o ponto de onde se parte e o nascimento das sucessivas figuras, o que ajuda o professor a desenvolver e estimular a capacidade de compreensão nos alunos. Quando na aula havia visionamento de filmes de Nicolet, AAL comenta “deixava-os observar, passava o filme de uma ponta à outra e não dizia nada. Depois perguntava ‘Então o que é que vocês viram neste filme?’. Se os alunos respondiam, eu tentava aproveitar, levá-los a entender.” (AAL, 8 de outubro 2008). Segundo AAL, no decurso da aula podia acontecer a paragem do filme num determinado ponto para questionamento e discussão no quadro preto. Acrescentando “os filmes são mudos exatamente para que os alunos possam pensar e, possam refletir por si, orientados pelo professor” (AAL, 8 de outubro 2008).

### **O ESTÁGIO: PRODUÇÕES DOS ESTAGIÁRIOS (1940-41)**

A nossa pesquisa no Arquivo da Biblioteca da Escola Secundária José Falcão permitiu o levantamento de alguns documentos manuscritos elaborados durante o estágio pelos estagiários

do 8.º grupo no decorrer de vários anos letivos. Neste artigo, discutiremos produções do ano lectivo 1940/41.

Um dos documentos é uma produção de Maria Herculana Sales, denominada “*Crítica comparativa entre os livros de Aritmética (2.º ano) de Vicente Gonçalves e S. Ribeiro*<sup>10</sup>”, com data de 17 de Dezembro de 1940. Este, para além da folha de capa (onde é indicado o nome do autor, o grupo de estágio, a cidade e o ano civil), tem 15 páginas de dimensão semelhante a A4, quadriculadas, com 22 linhas, manuscritas em cada uma delas. Sobre os livros apreciados, há evidências de que se trata do livro de J. Vicente Gonçalves *Aritmética Prática e Álgebra para as 1.ª, 2.ª e 3.ª classes do Curso dos Liceus*, 1937<sup>11</sup>, Livraria Cruz, Braga, e do livro de Álvaro Sequeira Ribeiro *Compêndio de Aritmética Prática e Álgebra para os anos 1.º, 2.º e 3.º dos Liceus*, 1938, Livraria Popular Francisco Franco, Lisboa. No início do seu texto, a autora compara a apresentação gráfica dos dois livros, seguindo-se algumas observações sobre a maneira como é tratada a matéria que faz parte do programa do segundo ano de Aritmética. As matérias analisadas por Herculana Sales foram: Cálculo de expressões numéricas de termos fraccionários, Raiz quadrada, Sistema métrico decimal, Números complexos, Proporções e proporcionalidade, e indicando, para cada uma destas, qual o livro que apresenta maior clareza na exposição, observações mais úteis, melhores exemplos para facilitar a compreensão, entre outras observações.

Com a análise efetuada em alguns capítulos de dois livros de texto para o mesmo ciclo e ano, a estagiária pretendia perceber as diferenças mais marcantes entre os dois ao nível da exposição e a sua interligação com o processo de ensino-aprendizagem. Ou seja, qual era mais adequado ao ensino. Com este trabalho de interpretação seria esperado que o futuro professor ficasse mais apto para conseguir realizar uma prática adequada aos seus alunos, utilizando os livros disponíveis.

A legislação estabelecia que os estagiários assistissem a lições-modelo administradas o pelo metodólogo e tivessem acesso aos planos das mesmas. Vamos agora analisar um *Plano de lição*, do 6.º ano, com quatro páginas de dimensão semelhante a A4, escritas à máquina, da autoria de Henrique Santos. A data da lição é 10/3/1941.

A lição compreende cinco partes: *Fim da lição -- Modo como o indico aos alunos, Preparação, Apresentação, Unificação e Aplicação*. A iniciar o plano pode ler-se: Assunto da lição: Relações entre as funções circulares do mesmo arco; Tipo de lição -- Lição de desenvolvimento indutivo; Método – Heurístico; Modo – Genético.

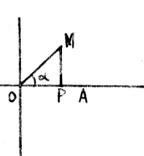
Na parte destinada a *Fim da lição -- Modo como o indico aos alunos*, observamos que Santos iniciaria a lição recordando que o papel fundamental da Trigonometria consiste em relacionar os lados com os ângulos do mesmo triângulo, seguidamente apresentaria aos alunos

<sup>10</sup> Pela descrição refere-se ao livro de Álvaro Sequeira Ribeiro.

<sup>11</sup> Livro adoptado, no Liceu D. João III, para o ano lectivo de 1940/41 (AHME, DGEL 1/2482).

uma questão sobre a possibilidade de resolver qualquer triângulo rectângulo utilizando somente a função seno. Depois de alcançar uma conclusão afirmativa, outra pergunta a colocar seria: porque nos preocupámos então em definir outras funções? E, continuando questionaria: “considere, por exemplo, o caso em que são dados os dois catetos e suponha que dispõe somente da função seno. Se quiser calcular um dos ângulos, esse cálculo poderá ser feito directamente, ou terá que calcular previamente outro elemento? Que outro elemento é preciso calcular? Qual a relação a utilizar nesse cálculo?” (Santos, 1941). Henrique Santos pretendia, com as questões que colocava e as observações que fazia, levar os alunos a entender que da definição das restantes funções, resulta comodidade e maior rigor no cálculo, bem como que antevissessem que as diferentes funções circulares não devem ser consideradas como independentes umas das outras. O fim da lição, estudar as relações que ligam as diferentes funções circulares do mesmo arco, é comunicado aos alunos depois do introito, que conduz à parte seguinte: *Preparação*. Esta destina-se a, novamente por meio de perguntas conseguir que os alunos recordem relações já estudadas, isto é, conhecimentos adquiridos relacionados com os conteúdos a apresentar. Na *Apresentação*, Henrique Santos desenvolveria o novo conteúdo a ser aprendido no decurso da lição. Para principiar este trecho da lição, seria traçado no quadro um círculo trigonométrico, a partir do qual se desenvolveria a mesma (figura 2).

Traçado no quadro um círculo trigonométrico, farei notar que, por ser



$$\frac{PM}{OP} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\frac{OP}{OA} = \operatorname{cos} \alpha$$

o teorema de Pitágoras nos dá

$$PM^2 + OP^2 = OA^2$$

ou seja

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

Observarei que esta relação é verificada para qualquer valor do arco  $\alpha$ .

Dividindo ambos os membros da igualdade anterior, respectivamente, por  $\operatorname{sen}^2 \alpha$  e  $\operatorname{cos}^2 \alpha$ , deduzirei também as duas relações

$$1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha \quad 1 + \operatorname{tag}^2 \alpha = \operatorname{sec}^2 \alpha$$

Prosseguindo, pedirei a um aluno que indique o número de relações de que já dispomos.

Figura 2 – Excerto do plano da lição do dia 10/3/1941 elaborado por Henrique Santos

O documento evidencia que, a par com o desenvolvimento oral da lição, as relações que os alunos já conheciam e as agora deduzidas iam sendo escritas no quadro pelo professor. Apresentando o sistema (figura 3)

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\operatorname{sec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha}$$

$$\operatorname{tag} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tag} \alpha}$$

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

Figura 3 – Excerto do plano da lição do dia 10/3/1941 elaborado por Henrique Santos.

A tarefa seguinte seria, considerando as várias funções como variáveis, a discussão do sistema. A estratégia seguida é, novamente, a colocação de perguntas previamente definidas visando orientar o raciocínio dos alunos na linha do que se pretende concluir. Na parte correspondente à *Unificação*, o professor, por meio de uma série de perguntas, pretende conduzir os alunos enunciar um caminho geral de tratar a questão: dado o valor de qualquer função, não se tem mais que resolver um sistema; se não for dada qualquer indicação acerca do arco ou do quadrante a que o arco pertence, haverá duas soluções, caso contrário, haverá uma só solução, a qual deve ser convenientemente escolhida. No final da lição, na parte designada por *Aplicação*, são apresentados exercícios solicitando-se aos alunos a aplicação das relações entre as funções circulares do mesmo arco (figura 4).

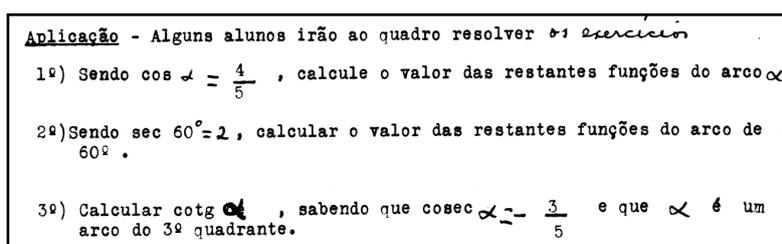


Figura 4 – Excerto do plano da lição do dia 10/3/1941 elaborado por Henrique Santos

As provas pedagógicas do Exame de Estado eram a última barreira a transpor para o estagiário alcançar o diploma que lhe permitiria o exercício do ensino oficial da profissão que escolhera. Este exame final era um obstáculo complicado de vencer. As várias provas eram realizadas num curto período de tempo e eram eliminatórias, o que agravava a dificuldade intrínseca das mesmas. O ensaio crítico era uma das provas deste Exame visava averiguar a aptidão do candidato para a docência. Incluindo os planos de algumas lições, o ensaio possibilitava ao futuro professor um exercício ligado com a realidade pedagógica, ligado com a compreensão ‘do que se ensina’ e ‘porque se ensina’. Sendo o ensaio crítico como uma proposta educativa do candidato para tornar ‘ensinável’ o ponto do programa pelo qual optou, pensamos que a análise destas produções pode permitir perceber crenças e posturas dos seus autores no que respeita à Matemática e ao seu ensino.

Apresentamos agora uma análise do ensaio crítico destinados a Exame de Estado, apresentados por António Augusto Lopes, em 1941. Tratando-se de um candidato do 8.º grupo, a legislação determinava que o ensaio incidisse sobre o ensino de um conteúdo programático da disciplina de Matemática, devendo incluir planos de algumas lições. No seu ensaio crítico de AAL optou por abordar um assunto do programa do 2.º ano, do 1.º ciclo do ensino liceal<sup>12</sup> e está incluído no tema Aritmética prática, que trata: *Razões e proporções geométricas; suas propriedades fundamentais. Proporcionalidade directa e inversa; constante de*

<sup>12</sup> O ensino liceal compreendia três ciclos: 1.º ciclo (1.º ano, 2.º ano, 3.º ano), 2.º ciclo (4.º ano, 5.º ano, 6.º ano) e 3.º ciclo (7.º ano). A idade mínima de matrícula no 1.º ciclo era 10 anos.

*proporcionalidade. Regra de três simples e composta.* O ensaio, cujo título é *Proporções e aplicações*, tem setenta e cinco de páginas, todas com um formato aproximado a A4. O ensaio é composto por quatro partes, a saber: Considerações gerais, I. Uma experiência Pedagógica; II. O ensino das proporções no 2.º ano; III. Aplicações das proporções.

O estudo do ensaio revelou que cada uma das suas partes cumpre uma função específica. Com efeito, a parte designada por ‘considerações gerais’, para além de ser a parte inicial do ensaio, é o lugar onde AAL fundamenta este seu trabalho. A segunda parte – ‘uma experiência pedagógica’ – serve para legitimar as reflexões e afirmações contidas nas ‘considerações gerais’. As duas últimas partes – ‘ensino das proporções no 2.º ano’ e ‘aplicações das proporções’ – são de exposição de matéria e de crítica pedagógica, cumprindo-lhes mostrar a competência de AAL, na preparação das lições. A estrutura do ensaio é coerente com as escolhas expressas na parte inicial.

No que concerne a este artigo, optámos por abordar apenas as partes relativas ao ensino das proporções no 2.º ano e aplicações das proporções. A parte designada por “II. O ensino das proporções no 2.º ano” divide-se em dois capítulos, o primeiro trata de “Razões” e o segundo de “Proporções”. Cada capítulo inclui uma “Crítica pedagógica” e uma “Exposição”. Passando à análise do primeiro capítulo, na “Crítica pedagógica”, AAL defende que a importância do ensino das razões não é suficientemente atendida, na generalidade dos compêndios adoptados, que incluem uma breve definição. Ora, no entender de AAL, a definição de razão deve ser “conveniente e insistentemente esclarecida, moldando-a nos exercícios mais variados, por ser fundamental nas proporções e noutros estudos subsequentes” (p. 18). Apoiando-se em dois livros, *The teaching of Mathematics in Secondary Schools*, de A. Shultze e em *The teaching of Secondary Mathematics*, de Hassler e Smith, AAL considera que no 2.º ano, atendendo à idade dos educandos, a definição de uma razão como uma fracção, tem duas vantagens. Por um lado, permite utilizar as fracções sob um aspecto novo, por outro, todas as propriedades das fracções podem referir-se e usar-se no estudo das razões. Na “Exposição”, sublinhamos que AAL apresenta alguns exemplos antes de referir a definição de razão, como se pode ver na figura 5.

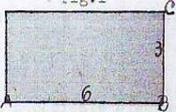
1-Definição :

a)-Observando a figura 1, relembre que ela representa um retângulo de que

-a base é  $AB = 6$  unidades de comprimento

-a altura é  $BC = 3$  unidades de comprimento

A razão da altura para a base é  $\frac{3}{6}$ .



b)-As barras tracejadas da figura 2 representam duas avenidas de uma cidade portuguesa.

A razão do comprimento da 1ª avenida para o da 2ª é  $\frac{900}{300}$ .



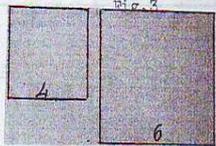
c)-A figura 3 represente dois quadrados cujos lados medem 4m e 6m.

-o perímetro do 1º é 16m e a área é  $16m^2$ .

-o perímetro do 2º é 24m e a área é  $36m^2$ .

A razão do perímetro do 1º para o do 2º é  $\frac{16}{24}$ .

A razão de área do 1º para a do segundo é  $\frac{16}{36}$ .



d)-A razão dos números 7 e 8 é  $7/8$ ; a dos números 0,5 e 0,2 é  $0,5/0,2$ .

A razão dos números a e b é  $a/b$  e a dos números x e y é  $x/y$ .

A razão de 1 dia para uma semana é  $1/7$  e a de 1 mês para um ano é  $1/12$ .

Perante estes exemplos, registre que em Matemática,

-A razão de dois números é uma fracção cujo numerador é o 1º e cujo denominador é o 2º dos números dados.

-A razão de duas grandezas da mesma espécie é a das suas medidas numéricas, relativas e uma mesma unidade.

Figura 5 – Excerto do ensaio crítico de AAL.

As ‘Notas’ inseridas no texto indicam o cuidado em realçar aquilo que não deve ser esquecido pelo aluno, como, por exemplo, “ao formar a razão de dois números interessa a ordem em que os toma” (p. 21). Em seguida, figuram alguns ‘Exercícios’. No que respeita ‘Fracções e razões’, AAL começa por estabelecer que “como a razão de dois números é uma fracção, pode concluir que todas as propriedades das fracções se aplicam, sem restrição, às razões<sup>13</sup>.” (p. 22). A exposição continua fazendo referência a três das propriedades mais importantes, com apresentação de exemplos para cada uma destas. Para finalizar, fala da leitura das razões. Na “Crítica pedagógica” do segundo capítulo – Proporções, AAL afirma

neste capítulo, seguirei caminho tanto quanto possível diferente do que seguem os compêndios adoptados.

Em geral, eles apresentam as propriedades fundamentais das proporções por simples enumeração e verificação com exercícios numéricos.

Parece-me possível, sem pôr em jogo raciocínios subtis ou impróprios para cérebros ainda demasiado jovens, dar dessas propriedades pequenas demonstrações, utilizando processos intuitivos e os conhecimentos anteriores, que os alunos possuem de Aritmética. Os problemas da divisão proporcional apresento-os depois das noções sobre grandezas directa e inversamente proporcionais, ao contrário do que geralmente se faz. (p. 24)

<sup>13</sup> Sublinhado no original

A “Exposição” ocupa, neste capítulo, dezoito páginas. A sua redação e ordenação, a par com uma linguagem clara, permitem-nos uma fácil leitura do seu conteúdo. Apresentamos agora na figura 6 um excerto, para que se possa apreciar o que dizemos no nosso comentário.

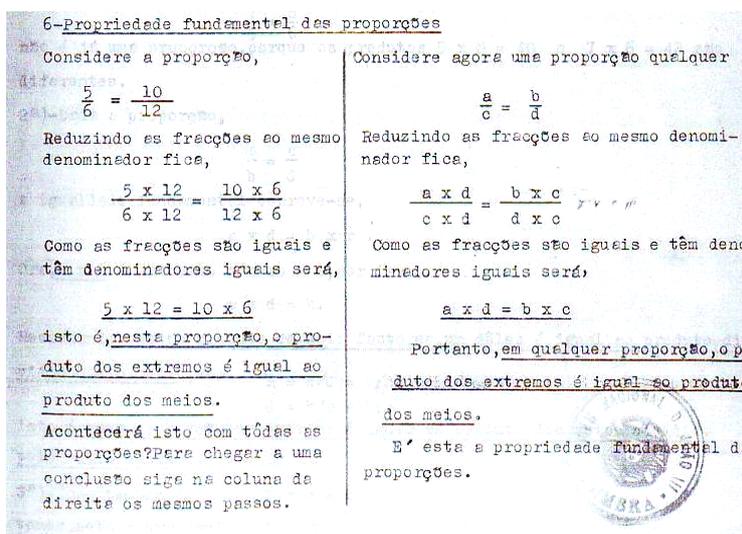


Figura 6 – Excerto do ensaio crítico de AAL.

Continuando a nossa apreciação do ensaio crítico de AAL, passamos à parte designada por ‘III. Aplicações das proporções’. Da “Crítica pedagógica” sobressai a convicção de AAL de que a exposição da matéria que apresenta, para esta parte, seria “compatível no conteúdo e na forma, com o desenvolvimento intelectual dos alunos do 2.º ano (p. 44). Acrescentando,

o meu objectivo é conseguir que os alunos, mediante os conhecimentos anteriores, compreendam e sintam a necessidade de, num futuro próximo, utilizarem o pouco que, agora aprendem. Devo declarar também, que a exposição da matéria concorda, nas suas linhas gerais, com a que fiz à turma do 2.º C, no presente ano lectivo. Modifico apenas a exposição da Regra de três composta, por não ter obtido resultados totalmente equivalentes aos da parte restante. (p. 44, sublinhado no original)

Existe aqui o reconhecimento de um revés, a exposição utilizada nas aulas não produziu nos alunos o efeito desejado. O confronto com a prática lectiva originou, no ensaio crítico, uma nova proposta de aplicação em sala de aula, isto é, a consequência deste acontecimento traduz-se num novo modo de expor. AAL elucida sobre as decisões tomadas e esboça a trajetória teórica da nova exposição.

A ‘Exposição’ correspondente a esta parte abrange as 31 páginas finais, compreendendo: Introdução – Dependência de grandezas. Proporcionalidade simples; Cap. I – Divisão proporcional e regra de sociedade; Cap. II – Regra de três simples; Cap. III – Regra de três composta; Cap. IV – Juros simples. A começar cada capítulo, ou seja, a introduzir cada momento de ensino de novas matérias encontramos um problema da vida real, que se apresenta aos alunos como um desafio. O discurso é então orientado de modo a conduzir o raciocínio dos

alunos, o professor vai fazendo um questionamento sistemático e, oportunamente relembrando conhecimentos. Com os exercícios que se propõem em seguida tenta-se favorecer o desenvolvimento da compreensão dos alunos. O professor salienta as conclusões retiradas e o que é importante não esquecer. Nos exercícios apresentados para serem resolvidos, aparentemente sem a intervenção do professor, predominam os que têm ligação à vida real.

Notamos pelo que é dito que AAL tenta ensinar de um modo com o qual se sinta confortável e que tem a preocupação de avaliar o que pôs em prática, com efeito refere que a sua abordagem é diferente da que é usual nos livros e também que a sua abordagem em sala de aula não teve os resultados pretendidos o que suscitou uma proposta de alteração.

As reflexões e os comentários que AAL vai integrando no seu ensaio crítico, permitem acompanhar a preparação didática do conteúdo que escolheu abordar. Reconhecendo que a tecnologia pedagógica é tanto mais subtil e requiere tanto mais cuidado quanto mais elementar é a classe. A forma de inculcar conhecimentos para estas classes é tudo. Mais do que nunca a preparação pedagógica das lições e a escolha dos exemplos devem ser criteriosamente elaboradas, nelas residindo, em grande parte, e segredo do êxito. Assim, a exposição motiva a reflexão dos alunos e é orientada para a obtenção de conclusões. Evidenciando a utilidade da Matemática, em situações do dia-a-dia, na vida futura dos alunos, bem como noutras disciplinas do ensino liceal, estando a aplicação técnica da Matemática subjacente às referências aos problemas de juros.

### **O ESTÁGIO: PRODUÇÕES DOS ESTAGIÁRIOS (1957-63)**

Um dos documentos analisados foi um exemplar do folheto de apresentação de uma exposição realizada em Junho de 1963, no Liceu D. Manuel II (arquivo pessoal de AAL). O folheto informa que se trata de uma exposição de trabalhos e material didático, produzidos pelos alunos das turmas: 1.º A, 2.º A, 4.º A e 6.º C e pelos estagiários do 8.º grupo: Maria Clara Pacheco, Joaquim Loureiro de Amorim, Macdonaldo Gomes e Sebastião do Carmo Patrocínio.

No início da disseminação das propostas do movimento da Matemática Moderna, emergiram novas concepções de pedagogia, visando a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo do aluno, e ao mesmo tempo atenta aos aspectos de uma formação científica e técnica. A análise do conteúdo do folheto informativo sugere ter havido uma reflexão sobre essas mudanças durante a formação de professores realizada, nesse ano lectivo, no liceu. As ideias destacadas nesta exposição são claramente influenciados pelas novas ideias relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática. Com efeito, salienta-se a importância da lógica, da teoria dos conjuntos, da axiomatização e das estruturas algébricas; alinha-se com a teoria psicogenética, de Jean Piaget, ao defender o princípio pedagógico que toma como ponto de

partida a experiência matemática que o aluno transporta do quotidiano; e, enfatiza-se a importância das representações gráficas para a esquematização do pensamento.

A exposição pretendia ser um sinal de alerta, atendendo a que as características fundamentais da chamada Matemática Moderna: elevado grau de abstração, apoio na teoria dos conjuntos, polivalência das teorias axiomáticas, tinham implicação de ordem pedagógica de importância crescente, ao longo do ensino liceal.

Assim, salienta-se que desde o princípio, a “conjunção” e a “disjunção” são operações lógicas presentes no espírito das crianças – em frases como estas: Quero um chocolate e um rebuçado. Quero um chocolate ou um rebuçado. Consequentemente, no ensino liceal devia fazer-se de modo progressivo, a introdução da lógica matemática. Do mesmo modo, estando também presentes no espírito juvenil, certas estruturas matemáticas elementares, mas fundamentais, tomando tais estruturas como ponto de partida preparava-se a caminho que levaria, no 3.º ciclo, ao uso progressivo de método axiomático, como instrumento de investigação científica. Definiam-se como etapas da aprendizagem as seguintes: aquisição das estruturas matemáticas fundamentais; tomada de consciência das propriedades relacionais dessas estruturas; expressão de tais propriedades por diferentes meios (esquemas, linguagem ordinária, notações simbólicas, etc.); reconhecer e estabelecer ligações lógicas entre as “relações”; organização dedutiva das estruturas; resolução generalizada de problemas; utilização das estruturas nas aplicações, como modelos matemáticos de situações concretas; exercitar a imaginação criadora. Na figura 7 podemos observar fotografias com material de uma exposição de trabalhos e material didático, produzidos por alunos e pelos estagiários do 8.º grupo do Liceu D. Manuel II. Nelas podemos vislumbrar que os alunos conheciam as operações lógicas, bem como o interesse prático do estudo da Lógica que era feito nas aulas de Matemática através da sua aplicação a circuitos eléctricos.

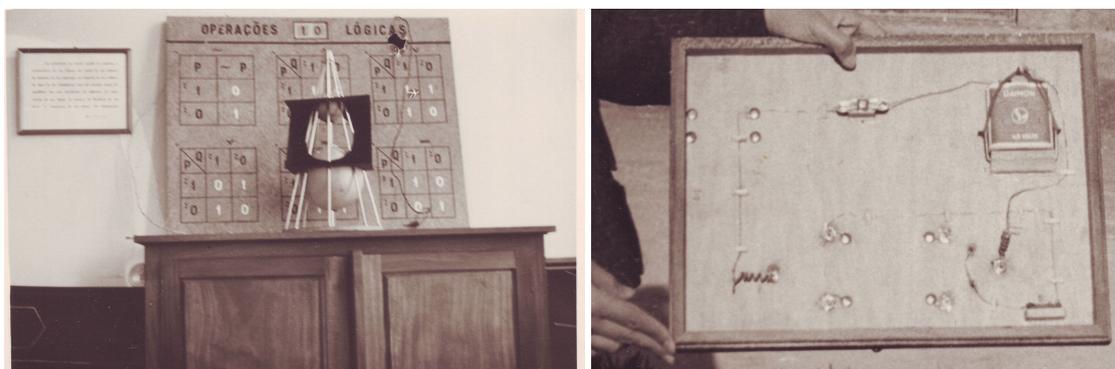


Figura 7 – Fotografia de material de uma exposição de trabalhos e material didático, produzidos por alunos e pelos estagiários do 8.º grupo do Liceu D. Manuel II (arquivo pessoal de AAL).

A assistência e participação nas chamadas conferências pedagógicas<sup>14</sup>, eram um ritual presente no quotidiano do liceu normal. Vejamos agora como se desenrolavam estas conferências, usando como exemplo a descrição da oitava conferência pedagógica do ano letivo de 1960/61, que está registada no Livro das Actas das Conferências Pedagógicas dos estagiários do Liceu Normal D. Manuel II,

(...) realizou-se, sob a presidência do Ex.<sup>mo</sup> Senhor Reitor, Dr. António Guerreiro, (...) o Ex.<sup>mo</sup> Senhor Reitor deu a palavra à Conferente, que começou por afirmar que a elaboração do seu trabalho teve como principal estímulo o ambiente em que viu decorrer as aulas a que assistiu durante os dois anos de Estágio. Apresentou uma breve introdução - “Evolução da Matemática de Cauchy a Bourbaki” – baseada na frase que Lichnerowicz confessa ouvir dos alunos que entraram na Universidade: “isto que nos ensina já não é Matemática”. Tentou provar que, para cada época, há uma resposta à pergunta: - “o que é a Matemática?”. Para isso serviu-se, em particular do “escândalo” do movimento das Matemáticas modernas, analisando rapidamente a história do pensamento matemático, desde o princípio do século XIX até aos nossos dias. Propôs-se em seguida tratar numa I Parte – “Aspectos gerais da Álgebra Moderna” – alguns aspectos do “estudo dos conjuntos abstractos munidos de estruturas algébricas”, relacionados com assuntos estudados no liceu. Desenvolveu, acompanhando a leitura com explicações por meio de desenhos e exemplos de interesse geral, (...). Na II parte – “o espírito da Álgebra moderna no Liceu” – desenvolveu sucessivamente cada uma das alíneas: A necessidade da introdução de conceitos e noções de Álgebra moderna no ensino liceal. 2 – Breve justificação psicológica da possibilidade dessa introdução (o carácter axiomático e abstracto das Matemáticas modernas e o ensino actual da Matemática). 3 – Rápida análise aos programas portugueses, referindo alguns assuntos em que, por comparação com os programas de outros países, poderia ser introduzido o espírito da Álgebra moderna (como mostravam exemplos da I parte). 4 – O problema do professor. 5 – Exemplificação prática da introdução do espírito da Álgebra moderna, com episódios decorridos em aulas a que assistiu durante o estágio, em turmas do primeiro, segundo, terceiro, quarto, sexto e sétimo ano. A concluir, precisou que a única pretensão do seu trabalho era conseguir a atenção de todos para a orientação já seguida por professores modernos, no ensino actual da Matemática. (Ata número trinta e um)

Na mesma ata vêm também relatadas algumas intervenções de estagiários do 1.º e 2.º anos, bem como do metodólogo e do Reitor,

(...) o Estagiário [do 2.º ano] Sr. Dr. Manuel Gouveia e Cássio. (...) O trabalho agrada-lhe sobretudo na terceira parte, que apresenta exemplos muito sugestivos e mostra a possibilidade de introduzir no ensino o espírito da Álgebra moderna sem fugir aos programas. Tem apenas duas ou três observações a fazer 1.ª A Conferente diz que a noção de conjunto é intuitiva. O interventor teria dito que ela é primitiva. Não haveria assim, a necessidade de definir o conjunto em extensão e compreensão. 2.ª Entende que a Conferente deveria ter

<sup>14</sup> A assistência e participação nas conferências pedagógicas era obrigatória para todos os estagiários (Artigo 226.º e 236.º do Decreto-Lei n.º 36 508, de 17 de Setembro de 1947).

definido a estrutura, ao falar de estruturas fundamentais. 3.<sup>a</sup> A terceira objecção diz respeito ao produto de conjuntos. O trabalho só apresenta o produto de dois conjuntos. Acha que poderia ter generalizado para mais de dois conjuntos. Em resposta, a Conferente disse que nos livros que consultou a definição de conjunto é dada como a apresentou na conferência. Definido é o mesmo que determinado. O termo estrutura não se define. Tem o mesmo significado que nas Ciências Naturais ou na linguagem vulgar. O que interessa é definir estrutura matemática e isso julga que fez no seu trabalho. Quanto à terceira objecção, concorda que teria sido útil apresentar o produto de vários conjuntos. (...) a Estagiária do primeiro ano, Sr.<sup>a</sup> D. Maria Dulce do Nascimento Ruivo. Deseja apresentar os seus cumprimentos à Conferente. Da leitura que fez, o que a impressionou foi o facto de ter conseguido apresentar de um assunto difícil uma exposição clara e com exemplos muito felizes. Sobre as aplicações da Álgebra moderna, acha que captou o espírito das aulas e conseguiu dar uma vista de conjunto. (...) o professor metodólogo do oitavo grupo, Sr. Dr. António Augusto Lopes (...) fez ainda as seguintes considerações: Na página três a Conferente diz que “respondeu à pergunta – o que é a Matemática? Seria recapitular toda a sua história e obter para cada época uma resposta particular”. Gostaria de ver mais bem justificada esta opinião. (...) Na página dezanove – estrutura de espaço vectorial: conviria assinalar o carácter altamente abstracto do conceito “estrutura de espaço vectorial”. Sobre a terceira parte não tem nenhuma consideração a fazer, porque concorda com o que a Conferente escreveu. Está muito bem ordenada; tratou o assunto como deveria tratar. (...) Lamenta finalmente que não tivesse aproveitado um exemplo que lhe deu um aluno do segundo ano: “Todos os triângulos equiláteros são isósceles, mas só alguns triângulos isósceles são equiláteros”. A concluir o Sr. Dr. António Lopes disse que na conferência não havia erros e dirigiu parabéns à Conferente. (...) Para encerrar a sessão falou o Ex.<sup>mo</sup> Senhor Reitor. Estudou Matemática no Liceu e na Universidade e só há pouco teve necessidade de estudar conjuntos. (...) tendo encontrado muitas dificuldades, no princípio. Se tivesse lido a conferência, essas dificuldades seriam menores. Como introdução, a conferência é um trabalho muito bem feito. Acha mesmo que ela deve ser tomada como ponto de partida para os que desejam fazer uma iniciação à Álgebra Moderna (...) A conferência constitui um plano de lição muito bem elaborado. Pena foi que a lição não estivesse à altura do plano, por ter sido muito apressada. As pessoas que não ouviram falar nestes assuntos, tiveram dificuldade em acompanhar. Agradece, sobretudo a lição escrita, e felicita a Conferente. (Ata número trinta e um)

A revista *Labor* publicou, em 1960, artigos dos professores estagiários do 8.<sup>o</sup> Grupo do Liceu de D. Manuel II, Fernanda Estrada e António Fernandes, os textos editados são os de Conferências Pedagógicas elaboradas pelos seus autores durante o estágio. O artigo de Maria Fernanda Estrada (1960), *Axiomatização da Geometria. Breves considerações sobre o uso dos axiomas de Hilbert no 2.<sup>o</sup> ciclo dos Liceus*, é o texto da Conferência Pedagógica como trabalho de estágio no ano letivo de 1958/59. E, nele autora vai desenvolver as suas reflexões sobre a axiomatização da Geometria, legitimando deste modo o seu ponto de vista sobre a utilização dos

axiomas de Hilbert no 2.º ciclo. O artigo inicia-se com uma elucidação “na ordenação do trabalho tive em conta que a axiomatização da Geometria não foi apriorística, susceptível de ser tratada independentemente, mas integra-se nas fases da evolução da ciência geométrica, constituindo um todo” (p. 541). Pelo que, a parte mais extensa deste artigo é dedicada ao ciclo evolutivo da Geometria, compreendendo: origem e evolução da geometria até à primeira axiomatização feita por Euclides; as geometrias euclidianas; o método axiomático moderno; a axiomática de Euclides à luz do conceito de método axiomático moderno; a axiomática de Hilbert; considerações sobre Geometria como pura teoria dedutiva.

A autora começa por como descrever o papel dos egípcios, babilónios e gregos nas origens e desenvolvimento da Geometria. Falando sobre os *Elementos*, de Euclides, refere que o enorme interesse desta obra provém, “não só do conteúdo que encerra, mas também da forma com está exposto” (p. 543), e, depois de algumas considerações sobre aquele trabalho, acrescenta, “interessa fundamentalmente, é que Euclides procura deduzir logicamente todas as proposições geométricas de certas premissas estabelecidas de início; neste ideal está apreendida a essência do método Para a autora, a renovação da lógica ocorrida no século XIX foi um factor importante para o surgimento e estruturação do método axiomático moderno. Em seguida, Estrada faz uma exposição sobre o método axiomático moderno, que lhe servirá de suporte às considerações sobre a ‘axiomatização de Euclides’ elaborada por Hilbert, começando por referir “modernamente é característico duma teoria axiomatizada partir-se dum conjunto de *elementos não definidos* e dum conjunto de *proposições não demonstradas*, e destas deduzir todas as proposições da teoria considerada, pelos métodos da lógica formal. A teoria diz-se então desenvolvida pelo *método axiomático* e diz-se teoria dedutiva ou sistema hipotético-dedutivo. A autora faz também referência aos trabalhos de unificação dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos pelo grupo Bourbaki.

Sobre a utilização dos axiomas de Hilbert no 2.º ciclo, Fernanda Estrada, começa por abordar a questão da utilização de uma axiomática no ensino da Geometria no 2.º ciclo. Apresentando alguns argumentos sobre a questão (que incluem algumas das indicações contidas nos programas de Matemática do 2.º ciclo, em vigor), a autora termina dizendo “vários estudos e experiências têm sido realizadas por matemáticos e psicólogos e a conclusão é que não é possível dar aos jovens, nas idades correspondentes ao 2.º ciclo, pelo menos até aos quinze anos, uma axiomática rigorosa da Geometria elementar obrigando-os a construir uma Geometria dedutiva perfeita” (p. 559). Estrada considera não haver lugar à utilização do conjunto de axiomas de Hilbert, mas isso não significa que não considere utilizar alguns deles “acima de tudo, ver a medida em que o método axiomático pode informar o nosso ensino, a fim de preparar o espírito do aluno para a compreensão duma teoria dedutiva com todas as suas exigências lógicas, abrindo-lhes o caminho da Matemática Moderna” (p. 559). A autora defende então a importância de fazer com que o aluno compreenda a função e significado dos axiomas,

realçando que “dar aos alunos uma lista de axiomas, sem qualquer explicação, pode levá-los a pensar que são mero produto da imaginação do geômetra” (p. 560), pelo que o professor devia levar os alunos a tomar contacto com os axiomas de um modo natural fazendo apelo aos seus conhecimentos intuitivos. Em sua opinião seria “conveniente ensinar alguns capítulos, (...) sem fazer uma referência prévia a qualquer axioma, mas assinalando-os à medida que seja necessário considerá-los, e levar os alunos a tomar consciência deles. E então, depois de um certo treino, poder-se-á dar, como exercício, a axiomatização (apenas com o rigor possível) dum capítulo que já tenha sido ensaiado” (p. 561).

Fernanda Estrada considera que se impõe um ensino pelo método genérico e uma didática heurística que permitiria aos alunos a redescoberta dos teoremas, reinventando de certo modo a geometria. Para a autora, o professor devia socorrer-se de tudo o que levasse os alunos a refletir e a pensar, como por exemplo os modelos e os filmes. Acrescentando, algumas considerações sobre a utilização dos modelos e de material audiovisual no ensino:

Um modelo, como um filme, põe um facto, que não se demonstra evidentemente, mas que não só ajuda a fixar e a compreender as conclusões da demonstração racional, mas que é por si uma interrogação, um apelo à imaginação criadora dos alunos e à inteligência, para que se busque o porquê do facto experimentalmente verificado (...). Para simplificar os raciocínios ainda me parece de adoptar, quando reconhecida vantagem, a ideia de Klein, que preconiza que as figuras sejam coloridas e em vez de  $\Delta[ABC]$  ou  $\Delta[MNP]$  se diga apenas o «triângulo amarelo» ou o «triângulo vermelho». (pp. 561-562)

A autora salienta ainda que “a referência a partes da história da Geometria e da vida de matemáticos e geómetras ajudará também a fazer um ensino humano que desperte o interesse dos alunos” (p. 562). Até ao fim do artigo são feitas mais algumas reflexões sobre a introdução e o uso da axiomática. Estrada clarifica que as suas considerações a colocam numa posição intermédia de duas tendências modernas, ‘opostas’ no ensino da Geometria. Por um lado, estava a tendência que considerava o excesso de axiomatização como factor de insucesso em Matemática, e propunha uma ‘desaxiomatização’ da Geometria. Pelo outro lado, estava a tendência para fazer um ensino da Geometria elementar, em que esta se apresenta aos alunos como teoria dedutiva baseada numa axiomática rigorosa. Dando como exemplo desta última tendência, o trabalho desenvolvido por professores da Universidade de Illinois, encarregados de organizar uma reforma do ensino da Geometria elementar, Estrada, para finalizar, defende que “só uma experiência pedagógica efetiva, acompanhada de estudos psicológicos convenientes, nos permitiria emitir juízos de valor” (p. 566).

Neste artigo, Fernanda Estrada sublinha a importância da intuição como ponto de partida para a estruturação do conhecimento matemático, em particular na Geometria, e manifesta a sua concordância com o método heurístico. Refere material diverso, passível de ser

utilizado na aula de Matemática, nomeadamente filmes didáticos, associando vantagens ao seu uso.

Mais informação sobre o estágio do 8.º grupo no Porto pode ser encontrado na Conferência Pedagógica, *Introdução de conceitos e proposições primitivos. Suas consequências do Ponto de vista didático*, de António Aurélio Fernandes (1960). O autor aborda neste texto, o modo como se tem resolvido o problema pedagógico da introdução de conceitos e proposições primitivos no ensino liceal, as orientações sobre o ensino da matemática sugeridas pela matemática moderna, bem como pela teoria de Piaget, terminando com a apresentação de algumas propostas pedagógicas.

António Fernandes começa por estabelecer a distinção entre ‘matemática em construção’ e ‘matemática construída’, refletindo sobre a sua implicação no plano da pedagogia da matemática. No que respeita à ‘matemática em construção’, António Fernandes argumenta que “o matemático que se dedica à investigação, (...) observa os ‘fenómenos do mundo aritmético’, (...) como seres que têm uma realidade objectiva; e observa-os recorrendo aos ‘ensaios da experiência matemática’ (...) e o seu papel na constituição da ciência [matemática] é essencial (p. 650). À construção da teoria matemática segue-se um trabalho de formalização: “escolhem-se conceitos básicos – ‘conceitos primitivos’, que são caracterizados, de modo conveniente, por relações entre eles, aceites sem demonstração – ‘proposições primitivas’. Em seguida, estrutura-se a teoria com base nestes conceitos e proposições primitivos que vão permitir a dedução e demonstração de novas propriedades – os ‘teoremas’” (p. 650).

Fernandes refere que a tradição no ensino da Matemática, remete para o ensino da disciplina sob uma forma totalmente elaborada, particularmente na Geometria, com o contributo dos Elementos de Euclides. Salientando que essa mesma tradição, do ponto de vista didático, se tem traduzido num ensino expositivo, pelo que “o aluno (...) não desenvolve qualidades de investigador, ao procurar dar a sua resposta aos problemas que lhe vão surgindo; nem sente a matemática como ciência nascida das necessidades de interpretação da realidade e daí o ser frequentemente incapaz de a aplicar fora da aula de matemática. (p. 651)

Para discutir o modo como tem sido tratada a introdução dos conceitos primitivos, o autor aborda o caso da geometria do 2.º ciclo dos liceus. Para ele, o estatismo da Geometria ensinada no 2.º ciclo estava desatualizado, entrando em contradição com o carácter dinâmico recomendado nas orientações internacionais para o ensino da Matemática, criticando o livro único para o 2.º ciclo liceal, os *Elementos de Geometria*, de Palma Fernandes, pelo modo como apresenta a geometria aos alunos e por não fazer qualquer referência ao carácter hipotético-dedutivo da geometria.

António Fernandes (1960) analisa então as orientações sugeridas pela Matemática Moderna e pela psicologia evolutiva. Aqui, o autor refere as divisões tradicionais da Álgebra, da Análise, da Geometria, que juntavam as teorias matemáticas segundo a natureza dos objetos que

estudavam; e, fazendo notar a importância da noção de estrutura em Matemática, introduzida pelo grupo Bourbaki, apresenta uma nova perspectiva: as teorias ocupam-se de objetos de natureza diferente, mas cujas propriedades fundamentais (que estão na base destas teorias) têm o mesmo aspecto e podem exprimir-se nos mesmos termos, usando uma linguagem convenientemente escolhida, isto é, “diz-se atualmente [na época] que estas teorias se ligam pela mesma estrutura” (p. 656). Para finalizar, aponta as três características das teorias matemática modernas: abstractas, axiomáticas e polivalentes. Continuando, António Fernandes discute a relação entre as estruturas matemáticas e as estruturas operatórias da inteligência, segundo Piaget, usando citações do artigo “L’enseignement des mathematiques”, deste último. Registrando que Piaget apresenta a seguinte conclusão prática: “se o edifício das matemáticas repousa sobre estruturas [algébricas, de ordem e topológicas] que correspondem aliás às estruturas da inteligência, é sobre a organização progressiva destas estruturas operatórias que é necessário basear a didáctica da matemática” (pp. 657-658).

Na parte final do seu texto, Fernandes, baseando-se na *Recomendação n.º 43*, da Conferência Internacional de Instrução Pública em 1956, nas conclusões das Jornadas Internacionais de Informação sobre o Ensino das Matemáticas de 1955 e em considerações publicadas pela revista belga *Mathematica & Paedagogia*, argumenta sobre a utilidade da introdução da Matemática Moderna nos liceus, defendendo que esta não pretende substituir a matemática clássica, mas antes “dar-lhe nova estruturação, introduzir princípios de economia e racionalização do trabalho do matemático” (p. 659); pelo que, neste sentido não haveria sobrecarga nos programas em vigor no momento, mas sim um aligeiramento. Em seguida, o autor discute algumas ideias para a matemática no 1.º ciclo, concluindo que “a matemática deve ser apresentada, no início do seu estudo, sob forma intuitiva, mas de modo que as ações a exercer pelo aluno sirvam de base eficiente para a abstratização das operações, sob forma de estruturas; a criança deve ser posta perante situações concretas, deixada a examiná-las livremente e só depois orientada para, por si mesma, tirar as conclusões” (p. 660).

No que concerne ao ensino da Geometria, António Fernandes destaca quatro períodos a saber: no ensino primário e 1.º ciclo do Liceu, ensino essencialmente intuitivo; no 2.º ciclo do Liceu, o 3.º ano seria de preparação para o seu ensino racional, no 4.º ocorreriam os primeiros contactos com a geometria axiomatizada, e no 5.º dar-se-ia uma iniciação ao conceito de estrutura axiomatizada. O autor defende que não haja alterações ao programa de geometria do 1.º ciclo, mas propõe alterações ao programa do 2.º ciclo, de acordo com a proposta anterior. No 5.º ano, o autor sugere que se estudem transformações geométricas na recta – translações e homotetias – e no plano – translações, homotetias, rotações, simetrias, que para além do seu valor formativo, possibilitariam introduzir de modo simples o conceito de vector. Quanto à matemática do 3.º ciclo, o autor critica a ênfase em exercícios-tipo, que já viria do 2.º ciclo, propondo um desdobramento em dois ramos, a saber, a matemática-ciência (uma aula por

semana) e a matemática-técnica (três aulas por semana). O último ramo estaria estreita ligação com a Física e o seu programa incluiria cálculo integral e estatística.

Neste artigo, António Fernandes faz ressaltar, por um lado, a importância pedagógica de um ensino ativo, por outro, a ideia de que a matemática escolar deveria organizar o seu ensino segundo as três estruturas-mãe bourbakistas, o que era legitimado pela psicologia. O autor propõe alterações nos programas em vigor no momento para a Geometria.

Sendo os dois artigos estudados produções de estagiários nos anos que medeiam 1957 e 1963, podemos através deles observar a manifestação das ideias da Matemática Moderna, neste período. De um modo mais ou menos vincado, observamos nos artigos uma apreciação do papel crescente da matemática no mundo, em particular no aprofundamento do conhecimento científico. Os textos, embora diversos, incidem sobre aspectos relacionados com uma renovação do ensino da matemática no que diz respeito a quer a conteúdos quer a métodos. Nestas produções, a nova abordagem é entendida naturalmente como mais clara e rigorosa, fornecendo uma visão unificada da matemática, e mais de acordo com o desenvolvimento psicológico dos alunos

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES, PARA FINALIZAR**

Os documentos analisados relativos ao estágio nos fins dos anos trinta e primeira metade da década de quarenta ajustavam-se ao propósito de aquisição de práticas educativas, no sentido que lhe é dado por Rodrigues (2003), quando afirma que a formação de professores assegurava uma boa preparação científica e cultural, desenvolvendo a ‘arte de comunicar’ como elemento fundamental do ato pedagógico. É ao professor que compete a decisão do uso dos métodos e processos mais adequados ao ensino na sua aula. A preocupação com a necessidade de aplicar um bom método revela-se no ‘plano da lição’ do estagiário Henrique Santos. Este procedimento acentua que se valorizava o papel da experiência, veiculando-se aos futuros professores um conhecimento prático que constituísse o sistema de referências a partir do qual pudesse percepcionar e elaborar respostas para a sala de aula e em sala de aula. O trabalho de Maria Herculana Sales foi a análise comparativa de recursos estruturantes do currículo apresentado a professores e alunos, os livros de texto. Este tipo de trabalho, permitia aos estagiários uma reflexão sobre os conteúdos em análise e a didática dos mesmos, resultando numa mais valia para as suas práticas educativas. No ensaio crítico de António Augusto Lopes, as reflexões e os comentários que vão sendo integradas ao longo do mesmo permitem acompanhar a preparação didática do conteúdo que escolheu abordar. Desde o início o ensino deve fazer sentir no aluno a necessidade dos seus conhecimentos, despertando nesse sentido o interesse, esse poderoso íman, descoberta da psicologia, sem o qual não haveria ensino

verdadeiramente eficiente. A referência à consulta de livros de autores estrangeiros sobre o ensino da Matemática revela que os estagiários estariam atentos a tendências internacionais no ensino da disciplina.

Procurámos compreender o desenvolvimento do conhecimento didático do conteúdo nos estágios pedagógicos realizados no Liceu Normal D. Manuel II, entre 1957 e 1963 no da implementação da reforma curricular que ficou conhecida como Matemática Moderna. Durante este período assistem-se a grandes alterações curriculares em todo o mundo. A nova matemática alterava profundamente o conhecimento do conteúdo matemático e conseqüentemente uma desadequação do conhecimento didático do conteúdo. Nos documentos analisados, detectamos sinais de uma renovação do ensino da Matemática, quer na aplicação de novos conteúdos quer na incorporação de novos métodos. Distinguimos nos artigos que os seus autores são adeptos de um ensino heurístico ou ativo, encontrando-se referências à importância da intuição e à experimentação no ensino da matemática. É mencionado como estratégia para a aula de matemática o uso de material concreto estático, dinâmico, filmes didáticos nomeadamente os de Nicolet.

## **FONTES E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Alameida, M. C. (2011). *Os modelos de formação de professores da ensino secundário liceal (1911-1969)* In S. Nobre, F. Bertato, L. Saraiva (Eds.). *Anais/Actas do 6.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, 271-290. S. João del Rey, MG: Sociedade Brasileira de História da Matemática.

Almeida, M. C. (2013). *Um olhar sobre o ensino da matemática, guiado por António Augusto Lopes*. Dissertação de doutoramento. Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa. Lisboa

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Certeau, M. de (1982). **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária.

Chervel, A. (1990). *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria e Educação*. Porto Alegre, Pannonica, 2, 177-229.

Guimarães, H. (2007). *Por uma Matemática nova nas escolas secundárias. Perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna*. In J.M. Matos & W.R. Valente, (Eds.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos* 21-45. São Paulo: Da Vinci /Capes-Grices. Zapt Editora

Julia, D. (2001). *A cultura escolar como objeto histórico*. Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, n.º 1, 9-43, jan./jun

Estrada, F. (1960). *A axiomatização da Geometria». Breves considerações sobre o uso dos axiomas de Hilbert no 2.º ciclo dos Liceus*. Labor, Revista de Ensino Liceal, 24 (194), 541-566

Fernandes, A. (1960). *Introdução de conceitos e proporções primitivos. Suas conseqüências do Ponto de vista didáctico*. Labor, Revista de Ensino Liceal, 24 (195) 649-668.

LICEUS DE PORTUGAL. Boletim da Secção Educativa do Ensino Liceal, “Os nossos liceus – o Liceu de D. João III” n.º 3. Lisboa Dezembro 1940, 227-246.

ARQUIVO DA ESCOLA SECUNDÁRIA RODRIGUES DE FREITAS. *Livro de Atas das Conferências Pedagógicas dos estagiários do Liceu Normal D. Manuel II* (1961-68). Ata número trinta e um.

ARQUIVO DA BIBLIOTECA DA ESCOLA SECUNDÁRIA JOSÉ FALCÃO. LOPES, A. A. (1941). *Proporções e aplicações. Ensaio crítico destinado ao Exame de Estado do 8.º grupo.*

Matos, J. (2009). *Changing representations and practices in school mathematics: the case of Modern Math in Portugal*. In. K. Bjarnadóttir, F Furinguetti & G. Schubring (Eds), “*Dig where you stand*”. Proceedings on a Conference on Ongoing Research in the History of Mathematics Educations, Garðabær, Iceland, June 20-24. Reykjavik: University of Iceland.

Matos, J. (2010). *Elementos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática moderna em Portugal no final dos anos 70*. Em J. Matos & W. Valente (eds.) *A reforma da matemática moderna em contextos ibero americanos*, 137-174. Caparica: FCT/UNL, UIED. Coleção Educação e Desenvolvimento.

Mattoso, J. (1997). *A escrita da história, teoria e métodos*. Lisboa: Estampa.

Pintassilgo, J.; Teixeira, A. (2011). A formação de professores em Portugal nos anos 30 do século XX (algumas reflexões a partir do exemplo dos professores de Matemática). *Revista HISTEDBR*. On-line, 43, 4-20

Rodrigues, A. (2003). *Liceu José Falcão*, Coimbra, 233-242. Em A. Nóvoa e A. Santa-Clara (coord.). “Liceus de Portugal”. Histórias, Arquivos, Memórias, Porto, Asa.

ARQUIVO DA BIBLIOTECA DA ESCOLA SECUNDÁRIA JOSÉ FALCÃO. SANTOS, H. (1941). *Plano da lição do dia 10/3/ 1941*.

ARQUIVO DA BIBLIOTECA DA ESCOLA SECUNDÁRIA JOSÉ FALCÃO. SALES, M. H. (1940). *Crítica comparativa entre os livros de Aritmética (2.º ano) de Vicente Gonçalves e S. Ribeiro*.

Schubring, G. (2006). *Researching into the history of teaching and learning mathematics: the state of the art*. *Paedagogica Historica*, 42, 665-677

Valente, W. (2007). *História da Educação Matemática: interrogações metodológicas*. In: *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*. V. 2.2, 28-49, UFSC.